

**Автономное образовательное учреждение  
высшего образования Ленинградской области  
«Государственный институт экономики, финансов,  
права и технологий»**

**Кафедра высшей математики**

**В.Ф. Пучков**

**Э К О Н О М Е Т Р И К А**  
**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**

Гатчина  
2022

**УДК 330.43**

**ББК 65в6**

**П 90**

Учебное пособие «Эконометрика» рассмотрено и рекомендовано к изданию на заседании кафедры высшей математики 26 ноября 2021 г., протокол № 4.

Автор-составитель: **Валерий Федорович Пучков**, кандидат технических наук, доцент.

Рецензент: **Н.В. Майгула**, кандидат физико-математических наук, доцент.

**Пучков В.Ф.**

**П 90** Эконометрика: учебное пособие. – Гатчина: Изд-во ГИЭФПТ, 2022. – 141 с.

Пособие посвящено изложению теоретических основ построения экономико-математических моделей с использованием эконометрических методов, а также определению параметров данных моделей.

Для каждой включенной в учебное пособие математической модели составлены варианты контрольных заданий. Данные задания могут быть использованы для более глубокого освоения изложенного в пособии теоретического материала. В заданиях приводятся рекомендации по решению предложенных задач с использованием табличного редактора Excel.

Учебное пособие позволяет студентам получить теоретические знания и практические навыки в области применения математических моделей для решения задач управления экономическими процессами. Пособие может быть использовано для обучения студентов экономических факультетов по дисциплинам: «Эконометрика», «Экономико-математические модели», «Методы исследования и моделирование национальной экономики», «Математическое моделирование экономических систем»,

УДК 330.43

ББК 65в6

## СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
ВВЕДЕНИЕ .....	4
1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЭКОНОМЕТРИИ .....	5
1.1 Предмет, задачи и методы эконометрии .....	5
1.2 Принципы определения параметров математических моделей .....	8
1.3 Исследование влияния факторов на изменение результирующего показателя в уравнении регрессии .....	12
1.4 Оценка статистической надежности уравнения регрессии и ее параметров .....	17
1.5 Этапы экономико-математического моделирования .....	20
2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ .....	30
3. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	33
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Лабораторная работа № 1 исследовательского характера с рассмотрением конкретных ситуаций по темам .....	36
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Варианты заданий для выполнения контрольной работы «Определение параметров линейной модели множественной регрессии, оценка ее адекватности и точности» .....	46
ПРИЛОЖЕНИЕ № 3. Лабораторная работа № 2 исследовательского характера с рассмотрением конкретных ситуаций по темам .....	54
ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Исходные данные для определения параметров нестационарного нелинейного уравнения регрессии .....	65
ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Полные тестовые задания по эконометрике (с ответами) .....	66

## ВВЕДЕНИЕ

Цель освоения дисциплины «Эконометрика» – формирование у студентов общекультурных компетенций в области эконометрики, обучение студентов методологии и методике построения и применения эконометрических моделей для анализа состояния и оценки закономерностей развития экономических и социальных систем в условиях взаимосвязей между их внутренними и внешними факторами.

Задачи дисциплины:

- расширение и углубление теоретических знаний о качественных особенностях экономических и социальных систем, количественных взаимосвязях и закономерностях их развития;
- овладение методологией и методикой построения и применения эконометрических моделей как для анализа состояния, так и для оценки закономерностей развития указанных систем;
- изучение типовых моделей и получение навыков практической работы с ними.

Дисциплина «Эконометрика» является одной из дисциплин вариативной части обязательных дисциплин (Б1.В.ОД.3). Дисциплина основывается на знании следующих дисциплин: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дискретная математика», «Дифференциальные и разностные уравнения», «Теория вероятности и математическая статистика», «Общая теория систем», «Анализ данных», «Бухгалтерский и управленческий учет».

Изучение дисциплины необходимо для дальнейшего изучения таких дисциплин, как: «Информационные системы управления производственной компанией», «Информационные технологии управления», «Управление проектами», «Инвестиционный анализ», «Проектирование информационных систем», «Оценка управления финансовыми рисками».

В результате освоения дисциплины студент должен *знать*:

- основные понятия эконометрики и общие положения теории множественной корреляции;
- методологию и методику построения регрессионных моделей на основе статистической информации об исследуемом объекте управления;
- метод наименьших квадратов (далее – МНК), его модификации и свойства оценок коэффициентов уравнений регрессии, полученных с помощью МНК;

- способы проверки адекватности, значимости и точности построенных моделей.

*уметь:*

- производить сбор, предварительный анализ и отбор исходной необходимой информации об исследуемом объекте управления или экономическом процессе;

- осуществлять выбор вида экономико-математической модели;

- определять параметры уравнений множественной регрессии и оценивать их адекватность, статистическую значимость и точность, используя для этих целей современные персональные ЭВМ;

- производить экономико-математический анализ как построенных моделей, так и с их помощью исследуемых экономических процессов;

- дискутировать, выражать и отстаивать свои мысли, обосновывать свои аргументы на семинарских занятиях по построенным экономико-математическим моделям.

*владеть:*

- методами построения экономико-математических моделей в виде многофакторных уравнений регрессий;

- приемами использования построенных моделей для анализа социально-экономических данных и прогнозирования результирующих показателей.

- способностью к абстрактному мышлению, анализу, синтезу; готовностью действовать в нестандартных ситуациях.

## **1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ЭКОНОМЕТРИИ**

### **1.1 Предмет, задачи и методы эконометрии**

*Эконометрика* – это наука о методах и способах нахождения количественных закономерностей, связывающих экономические показатели в экономической системе [14; 23; 26]. Рыночная экономика требует совершенствования методов использования экономической информации, характеризующей результаты хозяйственной деятельности. Создание надежной информационной базы для менеджмента во всех отраслях экономики невозможно без учета действия различных факторов, формирующих результаты работы предприятия.

При этом необходимо выделить роль факторов, которые положительно или отрицательно влияют на результаты хозяйственно-

вания. Одновременно целесообразно выделить отдельно факторы, влияние которых зависит непосредственно от принятия управленческих решений, и факторы, влияние которых от менеджмента на данном этапе не зависит. Эконометрические расчеты помогают лучше понять управленческие решения и процессы, что, в свою очередь, позволяет более достоверно обосновывать проводимый анализ и делать прогнозы.

Предметом эконометрии являются факторы, формирующие развитие экономических явлений и процессов. *Эконометрия – это искусство разработки математических моделей и предвидения экономических явлений.*

Эконометрические расчеты выступают эффективным средством усовершенствования менеджмента хозяйственной деятельности. Они содействуют правильной оценке влияния факторов на достижение экономических результатов.

Оценка ситуации должна занимать важное место при интерпретации экономических явлений. В рыночных условиях каждый экономический агент должен определять стратегию своей деятельности как на отдаленную перспективу, так и на ближайшую – это обеспечит ему конкурентоспособность в меняющихся условиях рынка. Обоснование процесса принятия управленческих решений является одной из важных задач эконометрии. Сам ход принятия управленческих решений должен учитывать их многовариантность, наличие неопределенности, оценку влияния факторов на каждый отдельный вариант и последствия возможных рисков. Применение эконометрических расчетов дает возможность выбрать при этом наилучший вариант.

Таким образом, задачами эконометрии являются всесторонний анализ фактически создавшейся экономической ситуации, прогнозирование возможных путей развития макро- и микроэкономических факторов хозяйственной деятельности, выработка оптимальных управленческих решений.

Прогнозная информация должна давать возможность принимать решение в зависимости от хозяйственной конъюнктуры. Такие решения могут быть выработаны на основании надежных статистических данных, обработанных соответствующими эконометрическими методами. Эконометрические расчеты нужно проводить постоянно, систематически учитывая все критерии от: формулировки экономической задачи, выбора цели, составления плана действий, сбора данных, выбора метода их оценки и построения экономико-математических моделей до взвешивания затрат по отношению к экономическим результатам, перепроверки

моделей и их улучшения.

Принцип системной направленности эконометрических расчетов требует определения, какие взаимосвязи между факторами и результатами являются наиболее важными. Принцип учета неопределенности и рисков необходимо соблюдать для того, чтобы своевременно выявить, какие неопределенные ситуации могут повлиять на эффективность хозяйствования. Необходимым условием эконометрических расчетов является понимание сути хозяйственной деятельности во взаимосвязи со стратегией развития предприятия.

Для всесторонней характеристики хозяйственных процессов, определения успехов и недостатков, путей и мер для устранения нежелательных тенденций применяют статистические и математические методы. К ним относят: сводку и группировку информации, вариационный и дисперсионный анализ, регрессионный и дисперсионный анализ и др.

Наибольшее распространение в практике эконометрии имеет метод регрессионного и корреляционного анализа. Однако практика использования этого метода показывает, что иногда он применяется без достаточного учета статистических критериев при обработке информации о хозяйственной деятельности предприятия.

Регрессионный анализ характеризует количественную связь факторных и результативных признаков. С его помощью можно установить, насколько изменится результативный признак при изменении факторных признаков на одну единицу, если уровни всех других факторов принять неизменными. Но для проведения успешной управленческой деятельности более необходимым является получение ответа на вопрос, на каких уровнях факторных признаков будет достигнут оптимальный, нормативный или прогнозный уровень результативных показателей. При определении параметров уравнений множественной регрессии методом наименьших квадратов необходимо отобрать факторные признаки, определив форму уравнений связи. При этом необходимо, чтобы количество факторов было ограничено, а аналитическая функция желательна выражалась линейной или приведенной к линейной форме связи.

Факторы следует подбирать крайне осторожно, так как большое их число усложняет решение задачи, затрудняя определение верного отражения действительной зависимости. С другой стороны, неправомерное исключение некоторых факторов приводит к тому, что проведенные расчеты не будут правильно воспроиз-

водить исследуемую зависимость. Нужно принимать во внимание и трудности, сопровождающие эти расчеты.

Многофакторные регрессионные модели взаимосвязи экономических показателей представляют собой составную часть экономико-математических моделей. Экономико-математическому анализу в них подвергаются процессы, носящие не строго функциональный, а вероятностный (стохастический) характер. Поэтому они вскрывают механизм формирования взаимосвязей экономических показателей под влиянием не индивидуальных, а наиболее типичных и общих факторов, что делает возможным объективную оценку достижений и неудач каждого отдельного предприятия или отрасли и позволяет определить наиболее эффективные пути изменения этого положения. Исходной базой корреляционного анализа являются статистические или экспериментальные данные. В области экономических расчетов методы теории корреляции позволяют на основе изучения опыта работы и особенностей объектов экономики в прошлом строить уравнения, а затем рассчитывать по ним наиболее вероятные значения, которые будет принимать в будущем тот или иной показатель при определенных значениях показателей, принятых за факторы-аргументы. Это позволяет вполне удовлетворительно решить задачу научно-обоснованного прогноза.

Однако для этих целей необходимо построить уравнение регрессии. Одним из этапов построения уравнения регрессии является процедура оценки параметров данного уравнения. При этом могут использоваться различные методы, но наибольшее применение получил метод наименьших квадратов в силу его определенных достоинств, о которых будет сказано в последующих подразделах.

## **1.2 Принципы определения параметров математических моделей**

Основой эффективного управления экономическими объектами или процессами являются экономико-математические модели, адекватно отражающие реально существующие экономические закономерности. В связи с этим логическим дополнением к законам и принципам построения систем управления являются методы построения самих экономико-математических моделей.

Изучение данных методов целесообразно начать с представления простейшей блок-схемы, с помощью которой наиболее отчетливо можно показать основной принцип нахождения параметров экономико-математической модели при использовании ин-



формации с входа и выхода объекта управления. Вариант такой блок-схемы представлен на рис. 1.2. В соответствии с приведенной блок-схемой для построения модели используется имитационная модель, поисковые методы оценки параметров, а в качестве функции цели – минимум квадрата рассогласования выходных показателей объекта управления и соответствующих показателей на выходе модели. Рассмотрим более подробно работу блок-схемы на рис. 1.

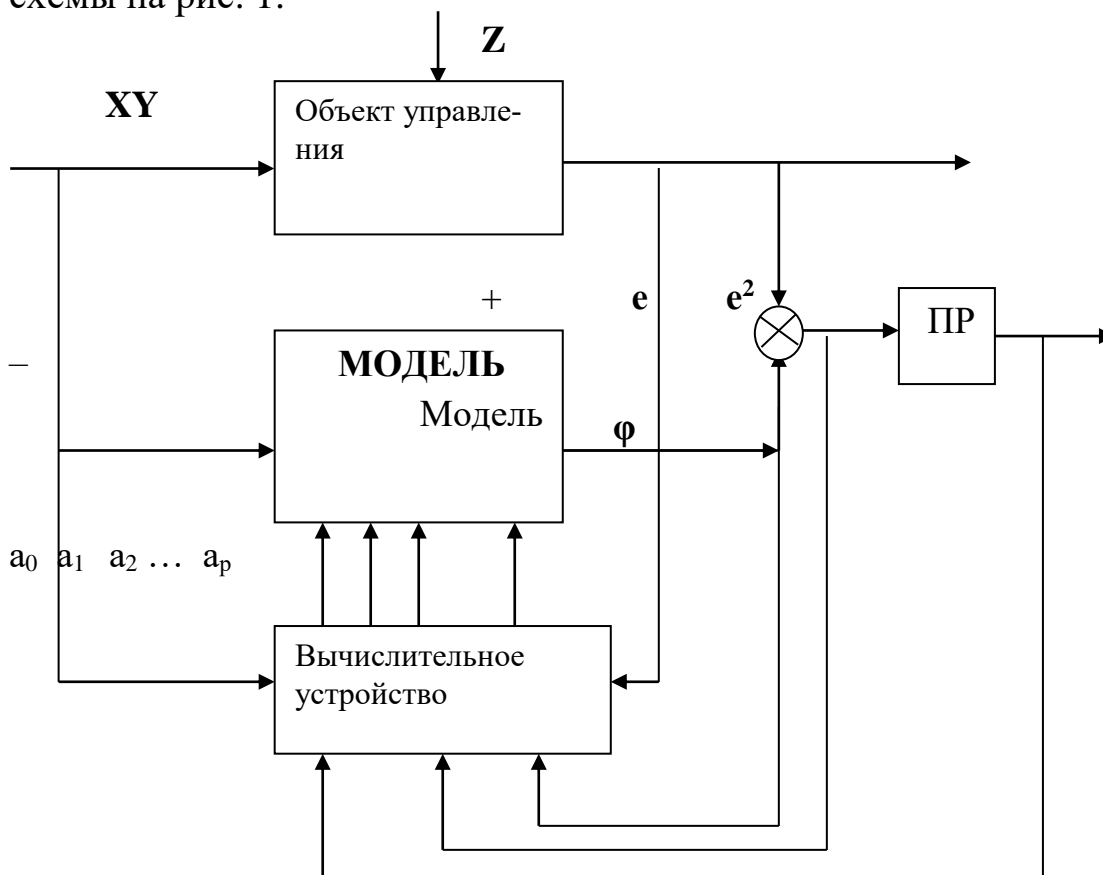


Рис. 1. Блок-схема устройства для построения математической модели по информации о входных и выходных показателях объекта управления

На схеме приняты следующие обозначения:

$X$  – вектор входных показателей объекта;

$Y$  – вектор выходных показателей объекта;

$Z$  – вектор неконтролируемых показателей;

$\phi$  – вектор выходных показателей модели;

$e$  – разность между векторами выходных показателей объекта управления и модели;

$a_0, a_1, \dots, a_p$  – параметры модели, определяющие вклад каждого показателя в величину составляющих вектора  $\phi$  и меняющие структуру модели;

ПП – преобразователь, устраняющий знак в величине вектора

е.

В данной постановке задачи предполагается наличие зависимостей:

$$\begin{cases} \mathbf{Y} = P_1(\mathbf{X}; \mathbf{Z}) \\ \Phi = P_2(\mathbf{X}), \end{cases} \quad (1)$$

где  $P_1$  и  $P_2$  – операторы (математические конструкции) преобразования поступающей информации в выходную информацию.

При допущении, что вектор  $\mathbf{Z}$  незначительно влияет на вектор  $\mathbf{Y}$  и вектор  $\mathbf{e}^2 \rightarrow \min$ , то оператор преобразования  $P_2$  стремится к оператору  $P_1$ . Оператор  $P_2$  фактически и является математической моделью объекта управления.

В качестве критерия близости модели объекту управления может служить не только квадратичная функция от рассогласования выходных показателей модели и объекта управления, но и другие функции, например, абсолютное значение рассогласования. Каждый подход имеет свои преимущества и недостатки.

Задача нахождения оператора  $P_2$  по входным и выходным показателям объекта называется *задачей идентификации* объекта управления. В теории управления данная задача рассматривается в трех вариантах:

1. Задача «черного ящика». При рассмотрении принципа внешнего дополнения под «черным ящиком» понимается некоторая конструкция в системе или объекте управления, обладающая запасом резервов или возможностей для компенсации неблагоприятного влияния заранее неизвестных факторов. В данном случае под «черным ящиком» представляется задача определения вида и параметров математической модели объекта управления, когда о нем нет никакой информации, кроме входных и выходных показателей, т.е. оператор преобразования не известен. Модель в этом случае строить сложнее. Применяют самообучающиеся алгоритмы, используя, например, перебор различных операторов, либо используется оператор достаточно универсального вида.

2. Задача «серого (полупрозрачного) ящика». В этом случае об объекте управления имеются априорные сведения. Обычно известна или принята в качестве базовой модель в виде оператора преобразования определенной структуры. *Задача идентификации в этом случае заключается в нахождении коэффициентов этого оператора*. Для оценки величины коэффициентов оператора используется обычно метод наименьших квадратов или его модификации.

3. Задача «прозрачного ящика». В этом случае *модель строится по заданным алгоритмам, исходя из конструктивных или технологических параметров объекта.*

Первый подход к построению математической модели изучаемого объекта управления, т.е. с использованием «черного ящика», является *наиболее сложным в реализации, но в то же время позволяет найти наиболее приближенную к реальности математическую конструкцию.* Однако при реализации данного подхода необходимо учитывать, что зачастую исследователь привносит в программы вычислительных машин свои «личные», жесткие причинно-следственные связи, не давая ЭВМ никакой «свободы выбора» и заставляя ее слишком быстро искать «жесткое решение». В этом случае, если какой-либо фактор отсутствует среди аргументов модели, то ЭВМ его действительно не учитывает.

По-иному дело обстоит в моделях, *синтезируемых по методу самообучения.* «Черным ящикам» в схеме объекта управления должны соответствовать «черные ящики» в схеме системы распознавания. Данное положение отражает закон необходимого разнообразия Эшби. Сложные объекты управления требуют использования сложных моделей для решения задач управления. *Индетерминированный объект управления в оптимальном случае должен иметь в системе распознавания (идентификации) индетерминированные (с заранее не заданной структурой) элементы.*

Система идентификации, работающая по детерминированному принципу, часто позволяет получить результаты быстрее, чем индетерминированная система. Однако эти результаты верны для объектов с детерминированной структурой и параметрами, но зачастую не дают достаточно надежных результатов в случаях объектов с индетерминированной структурой и параметрами. Эти положения необходимо учитывать при построении эффективных систем идентификации сложных экономических объектов управления.

Определение вида и коэффициентов оператора преобразования представляет собой в большинстве случаев значительные трудности, особенно в эконометрических исследованиях. Это вызвано тем, что для определения вида и параметров оператора, т.е. коэффициентов модели, необходимо чтобы:

1. *Вектор входных показателей претерпевал достаточно большие изменения на изучаемом интервале времени или на множестве изучаемых объектов.* В этом случае по соответствию

ющему изменению выходных показателей можно было бы судить о воздействии оператора преобразования на входные показатели. При этом уровень воздействия вектора  $X$  должен существенно превышать уровень воздействия вектора  $Z$ . Чем больше это превышение, тем точнее можно определить параметры модели. Если вектор  $X=0$  или  $X=const$ , то определить параметры модели чаще всего невозможно.

2. Принятый априори оператор преобразования, т.е. модель, должна отражать существенным образом фактические закономерности изучаемого объекта, т.е. не противоречить смыслу изучаемого объекта. В противном случае надо заменить саму модель или задать ее в более общем виде.

3. Принятая методика определения параметров модели должна быть корректной с точки зрения обеспечения достоверности найденных параметров, особенно при использовании статистических методов определения параметров модели.

4. Имелся достаточный для нахождения математической модели объем исходной информации о входных и выходных показателях объекта управления.

Необходимо также учитывать, что при построении математических моделей экономических процессов и объектов во многих случаях параметры моделей задаются или определяются экзогенно, т.е. вне модели заданных, неизменных на исследуемом интервале времени величин. В реальности данные величины изменяются во времени по различным причинам.

### **1.3 Исследование влияния факторов на изменение результирующего показателя в уравнении регрессии**

Процесс нахождения уравнения регрессии заключается в выборе и обосновании типа соответствующей кривой и расчёте её параметров. Запас кривых, которыми располагает математический анализ, бесконечно разнообразен. Однако в большинстве практически важных случаев функцию многих переменных логарифмированием или заменой переменных можно свести к уравнению вида:

$$y_i = a_0 + a_1x_{i1} + a_2x_{i2} + \dots + a_px_{ip} \quad (2)$$

Кроме того, реально функционирование экономических объектов управления во многих случаях происходит в ограниченном диапазоне изменения факторных переменных. Внутри этого диапазона связь между факторами  $x_{ij}$  и результирующей переменной  $y_i$  может быть с достаточной точностью аппроксимирована линейной функцией вида (2).

Для нахождения параметров данного уравнения  $a_0, a_1, \dots, a_p$  используется обычно метод наименьших квадратов. Таким образом, находится такая функция, которая лучше всех других функций данного класса отражает реально существующие отношения между экономическими показателями. Полного соответствия ожидать нельзя, т.к. корреляционной формулой учитывается влияние на результирующий признак не всех, а лишь основных факторов. Действие остальных неучтенных факторов и вызывает разброс фактических значений вокруг расчётных.

Повышая порядок уравнения чуть ли не до количества имеющихся наблюдений, можно подобрать функцию, соответствующую любому статистическому материалу. Однако практическая ценность такой функции ничтожна, т.к. она передаёт уже не закономерность развития, проявляющуюся на фоне случайных колебаний, а сами эти случайные колебания.

Теоретически найденное уравнение является уравнением вида:

$$\tilde{y}_i = \tilde{a}_0 + \tilde{a}_1 x_{i1} + \tilde{a}_2 x_{i2} + \dots + \tilde{a}_p x_{ip}, \quad (3)$$

где значения  $\tilde{a}_0, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \dots, \tilde{a}_p$  являются оценками истинных значений параметров  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_p$ .

Используя найденное уравнение, можно определить расчётные значения результирующего признака  $\tilde{y}_i$ , отклонение этого признака от эмпирических значений  $y_i$ , сумму квадратов этих отклонений, остаточную дисперсию и т.д.

Нахождением вышеприведенного уравнения решается основная задача теории корреляции. Она заключается в том, чтобы выяснить на основе наблюдения над большим количеством данных, как в среднем изменится функция в связи с изменением части своих аргументов, т.е. факторов, включённых в модель. При этом должно выполняться условие, что все остальные аргументы данной функции, не включённые в рассматриваемую модель, не изменяются и находятся на одном и том же уровне.

Вторая основная задача теории корреляции заключается в определении силы, с которой найденная зависимость проявляется среди многообразных нарушающих её воздействий, т.е. в определении степени как совокупного влияния на исследуемый показатель всех включённых в модель факторов, так и влияние их в отдельности. Эта задача решается вычислением коэффициентов множественной, парной и частной корреляции. Подобно коэффициенту множественной корреляции  $R$  коэффициент парной корреляции  $r_{x1,y}$  представляет собой безразмерный показатель и может меняться в пределах от -1 до +1.

Коэффициент парной корреляции характеризует тесноту связи функции  $y_i$  с аргументом  $x_{i,j}$ , при условии, что прочие аргументы этой функции действуют корреляционно независимо от аргумента  $x_{i,j}$ . Фактически же на величину коэффициента парной корреляции оказывают влияние корреляционно связанные с исследуемым фактором другие факторы, как включенные в рассматриваемую модель, так и невключенные в неё, и чем теснее эта связь, тем больше искажающее влияние. При этом различают:

$\sigma_{y\sim}^2$  – дисперсия теоретических значений зависимой переменной, характеризующая влияние на неё только отобранных факторов;

$\sigma_\varepsilon^2$  – остаточная дисперсия, т.е. дисперсия эмпирических значений зависимой переменной вдоль теоретической поверхности регрессии, характеризующая влияние на зависимую переменную прочих неучтённых факторов, т.е. факторов, не включённых в модель.

Отношение дисперсии теоретических значений к общей дисперсии называется коэффициентом множественной детерминации и рассчитывается по формуле:

$$R^2 = \frac{\sigma_{\tilde{y}}^2}{\sigma_y^2} = 1 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_y^2} = 1 - \varphi^2 \quad (4)$$

С учетом закона сложения дисперсий справедливо следующее соотношение:  $0 \leq R^2 \leq 1$ . При этом коэффициент множественной детерминации характеризует ту часть или долю вариации зависимой переменной, которая обусловлена влиянием на неё отобранных, т.е. включённых в модель факторов.

Корень квадратный из коэффициента детерминации называется коэффициентом множественной корреляции. Он находится по формуле:

$$R = \sqrt{R^2} = \frac{\sigma_{\tilde{y}}}{\sigma_y} \quad (5)$$

Коэффициент множественной корреляции служит основным показателем тесноты линейной корреляционной связи. Также как коэффициент детерминации – он изменяется в пределах от 0 до 1.

Если  $R=1$ , то связь между результирующим показателем  $y_i$  с одной стороны, и аргументами  $x_{i1}, x_{i2} \dots$  – с другой является функциональной и линейной.

Если  $R=0$ , то отсутствует линейная корреляционная связь, но возможно наличие нелинейной зависимости.

Во всех остальных случаях, т.е.  $0 < R < 1$ , считается, что между  $y_i$  и  $x_{i1}, x_{i2} \dots$  имеется более или менее сильная корреляционная за-

висимость. Для функции, нелинейно зависящей от параметров, закон сложения дисперсии не соблюдается.

В отличие от коэффициента множественной корреляции существует целый ряд различных показателей, характеризующих степень влияния на  $y_i$  каждого из рассматриваемых факторов в отдельности. В качестве такого показателя может быть использован коэффициент парной корреляции, который для фактора  $x_1$  определяется по формуле:

$$r_{x_1, y} = \frac{Cov(x_1, y)}{\sqrt{Var(x_1)Var(y)}}, \quad (6)$$

где

$$Cov(x_1, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i,1} - \bar{x}_1)(y_i - \bar{y})}{n-1}, \quad (7)$$

$$Var(x_1) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_{i,1} - \bar{x}_1)^2}{n-1}, \quad (8)$$

$$Var(y) = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}. \quad (9)$$

Подобно коэффициенту множественной корреляции  $R$  коэффициент парной корреляции  $r_{x_1, y}$  представляет собой безразмерный показатель и может меняться в пределах от -1 до +1.

Коэффициент парной корреляции характеризует тесноту связи функции  $y_i$  с аргументом  $x_{i,j}$ , при условии, что прочие аргументы этой функции действуют корреляционно независимо от аргумента  $x_{i,j}$ . Фактически же на величину коэффициента парной корреляции оказывают влияние корреляционно связанные с исследуемым фактором другие факторы, и чем теснее эта связь, тем сильнее искажающее влияние этих факторов.

Полное решение этой важной проблемы дают коэффициенты частной корреляции, наилучшим образом характеризующие силу индивидуального влияния каждого включённого в уравнение регрессии фактора.

В отличие от коэффициентов парной корреляции коэффициент частной корреляции измеряет силу связи функции  $y_i$  с одним из её аргументов  $x_{i,j}$ . При этом не накладываются ограничения, чтобы остальные, включённые в уравнение регрессии факторы, находились на постоянном уровне, т.к. их изменения не оказывают искажающего влияния на величину коэффициента частной

корреляции.

Коэффициент частной корреляции удобнее всего вычислять, например, для фактора  $x_1$  по формуле:

$$\rho_{x_1, y} = \sqrt{\frac{\sum_{y1}^2 - \sum_{y2}^2}{\sum_{y1}^2}}, \quad (10)$$

где вычисления проводятся по следующим формулам:

$$\sum_{y1}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \tilde{y}_{i,1})^2}{n-1}, \quad (11)$$

$$\tilde{y}_{i,1} = a_0 + a_2 x_{i,2} + a_3 x_{i,3} + \dots + a_p x_{i,p}. \quad (12)$$

$$\sum_{y2}^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \tilde{y}_{i,2})^2}{n-1}, \quad (13)$$

$$\tilde{y}_{i,2} = a_0 + a_1 x_{i,1} + a_2 x_{i,2} + a_3 x_{i,3} + \dots + a_p x_{i,p}. \quad (14)$$

В уравнении (12) фактор  $x_{i,1}$  исключен, а в уравнении (14) фактор  $x_{i,1}$  включен в уравнение регрессии. Таким образом, сумма квадратов отклонений в уравнении (14) будет больше, чем в уравнении (12). Следовательно, величина коэффициента частной корреляции (13) будет зависеть только от влияния фактора  $x_{i,1}$  на снижение суммы квадратов отклонений теоретических значений результирующего показателя от его фактических значений.

Формула (13) особенно отчётливо показывает статистический смысл коэффициента частной корреляции как измерителя степени, в которой часть вариации зависимой переменной  $y_i$ , не объясненная другими независимыми факторами  $x_2, x_3 \dots x_p$ , может быть объяснена добавлением фактора  $x_1$ .

В практических приложениях также удобно использовать так называемые коэффициенты эластичности, которые определяются по формуле:

$$\mathcal{E}_{x_v} = \frac{\partial \tilde{y}_i}{\partial x_{i,v}} \frac{x_{i,v}}{\tilde{y}_i} \quad (15)$$

Для уравнения регрессии, представленного в виде линейного алгебраического уравнения, величина коэффициента эластичности равна:

$$\mathcal{E}_{x_v} = b_v \times \frac{\bar{x}_v}{\bar{y}}. \quad (16)$$

В силу экономического смысла частных производных коэффициенты эластичности выражают среднюю скорость изменения функции по каждому из её аргументов, т.е. показывают, на сколько процентов в среднем изменится функция с изменением



соответствующего аргумента на 1% при фиксированном уровне других аргументов.

Таким образом, рассмотрены две основные задачи теории корреляции, заключающиеся в нахождении формы и силы корреляционной связи функций посредством отобранных факторов-аргументов. Третья задача теории корреляции состоит в оценке статистической надёжности полученных результатов.

#### **1.4 Оценка статистической надёжности уравнения регрессии и ее параметров**

Одна из основных наиболее общих гипотез, выдвигаемых в случае применения теории корреляции, – гипотеза выборочного характера соответствующих статистических или экспериментальных данных. Например, при использовании динамического ряда данных эта гипотеза означает, что исследуемый динамический ряд представляет собой только один из возможных отрезков некоторого бесконечного динамического ряда.

В анализе хозяйственной деятельности предприятий соответствующая экономико-статистическая модель строится только по части предприятий определённой отрасли, наиболее однородной с точки зрения основных экономических показателей, а предназначается модель для оценки уровня потенциальных возможностей всех предприятий отрасли. Однако сама модель находится путём эмпирического подбора данных возможных моделей с последующей оценкой их адекватности истинному характеру исследуемых зависимостей.

Выборочный характер как самих статистических данных, так и принятой для их анализа многофакторной корреляционной модели требует вероятностной оценки полученных результатов. Это определяется тем, что вид модели и ее параметры, установленные по данной выборке, могут быть только приближенной характеристикой истинных отношений и параметров, действительно существующих в соответствующей генеральной совокупности.

Значимость выборочных статистических показателей устанавливается путём испытания так называемой «нулевой гипотезы». При этом осуществляется вероятностная оценка совместимости фактической величины того или иного параметра, полученного по данной модели в конкретной выборке, с гипотезой о равенстве его нулю в генеральной совокупности. Для этих целей используются различные статистические критерии. Широкое применение для оценки статистической значимости параметров уравнения регрессии получил t-критерий Стьюдента, а для оценки уравнения

регрессии в целом – F-критерий Фишера. При испытаниях нулевой гипотезы в экономических расчётах принимают, как правило, 95%, реже 99%-ный уровень доверия, которому соответствует 5 и 1%-ный уровень значимости, т.е. вероятности ошибки.

Проверка значимости уравнения регрессии в целом, его адекватность истинному отношению зависимости, гипотетически существующему в генеральной совокупности, осуществляется путём сравнения фактического (расчетного) значения F-критерия Фишера с табличным.

Расчетное значение  $F_p$  – критерия Фишера находят по формуле:

$$F_p = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{ост}^2}, \quad (17)$$

где общая дисперсия зависимой переменной  $y_i$  равна:

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{(n-1)}, \quad (18)$$

а остаточная дисперсия, скорректированная на число степеней свободы  $(n-p-1)$ , вычисляется по формуле:

$$\sigma_{ост}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2}{(n-p-1)} \quad (19)$$

Критическое значение F-критерия Фишера находится по таблице для заданного уровня значимости и степеней свободы  $v_1 = n - 1$ ;  $v_2 = n - p - 1$ .

При этом проверяется гипотеза о том, что выравнивание по построенному уравнению регрессии равнозначно выравниванию по уравнению:  $y = \bar{y}$ , т.е. по существу проверяется гипотеза об одновременном равенстве 0 («нулевая гипотеза») всех (кроме  $a_0$ ) коэффициентов «истинного» уравнения регрессии, то есть гипотетически существующего в генеральной совокупности.

Наряду с оценкой значимости всего уравнения регрессии в целом оценивается также существенность каждого из его коэффициентов в отдельности. Если фактическое значение рассматриваемого коэффициента и соответствующего ему t-критерия Стьюдента превышают границы, выход за которые, при условии справедливости нулевой гипотезы, весьма маловероятен, то нулевая гипотеза отклоняется. Если фактическое значение t-критерия Стьюдента не достигает указанной границы, то нулевая гипотеза

принимается.

При достаточно большом значении  $n$  эта оценка производится путем расчета значения:

$$t_{a_j} = \frac{a_j - \alpha_j}{\sigma_{a_j}}, \quad (20)$$

где  $j = 0, 1, 2, \dots, p$ ;

$a_j$  – эмпирическое значение коэффициента регрессии;

$\alpha_j$  – теоретическое значение коэффициента регрессии;

$\sigma_{a_j}$  – среднеквадратическая ошибка коэффициента.

Испытывается «нулевая гипотеза» в отношении коэффициента  $a_j$ , т.е. гипотеза о равенстве его нулю в генеральной совокупности. В этих условиях величина  $t_{a_j}$  имеет  $t$ -распределение Стьюдента с  $n-(p+1)$  степенями свободы. Если  $t_{a_j}$  расчётное больше  $t$  табличного, то «нулевая гипотеза» в отношении этого коэффициента отвергается. Табличное (критическое) значение  $t$ -критерия Стьюдента находится для заданного уровня значимости и числа степеней свободы  $\nu=n-p-1$ .

Гипотетическое значение  $\alpha_j$  из генеральной совокупности является совместимым с результатами оценивания регрессии, если оно удовлетворяет следующему двойному неравенству:

$$a_j - \sigma_{a_j} \cdot t_{кр} < \alpha_j < a_j + \sigma_{a_j} \cdot t_{кр} \quad (21)$$

Множество всех этих значений, определенных как интервал между нижней и верхней границами неравенства, называется доверительным интервалом для величины  $\alpha_j$ . Необходимо отметить, что границы интервала зависят от  $t_{кр}$ , т.е. от принятого уровня значимости. Аналогично может быть оценена существенность коэффициентов множественной, парной и частной корреляции.

Если уравнение множественной регрессии используется в основном для определения по нему расчётных значений зависимой переменной и других общих оценок, то тогда значимость отдельных его коэффициентов не имеет большого значения, т.к. случайные ошибки этих коэффициентов взаимопогашаются. Однако если наряду с общей оценкой стоит также задача изучения изменений зависимой переменной ( $y$ ), происходящих в связи с изменениями каждого отдельного фактора, то тогда надёжность каждого отдельного коэффициента множественной регрессии приобретает реальное значение.

Необходимо учитывать, что даже в случае значимости как всего уравнения множественной регрессии в целом, так и каждого из его коэффициентов в отдельности, определенные по этому уравнению расчётные значения зависимой переменной представ-

ляют собой только некоторую оценку истинного значения этих величин в генеральной совокупности. Поэтому для каждого расчётного значения зависимой переменной может определяться доверительный интервал, внутри которого с той или иной степенью вероятности гарантируется нахождение истинного значения этой величины.

### **1.5 Этапы экономико-математического моделирования**

При создании экономико-математических моделей в режиме реального времени в среде автоматизированных информационных систем (далее – АИС) необходимо:

1. Изучить особенности функционирования объекта управления и определить допустимое время реакции системы управления на происходящие изменения в объекте управления, требующие построения и исследования модели объекта управления.

2. Определить принципы и методы построения экономико-математической модели, в частности, решить, использовать ли детерминированный или индетерминированный способ создания модели.

3. Произвести разделение функций при создании математических моделей, отдельно выделив функции, выполнение которых возлагается на специалистов АИС, и функции, выполняемые техническими средствами, включая ЭВМ.

4. Выделить в процессе построения экономико-математической модели те этапы, выполнение которых осуществляется однократно.

5. Определить допустимое время для выполнения каждого этапа построения и исследования математической модели.

Переходя непосредственно к процессу экономико-математического моделирования, т.е. описания экономическо-социальных систем и процессов в виде моделей, рассмотрим этапы, выполнение которых необходимо при различных методах построения моделей.

1 этап. На данном этапе формулируется суть проблемы, предпосылки и допущения. Определяются наиболее важные с позиции проводимого исследования свойства изучаемого объекта, его структура и связь элементов структуры между собой. Выдвигаются гипотезы, с помощью которых объясняется поведение изучаемого объекта.

2 этап. Производится отбор факторов-аргументов. Основная задача, стоящая при выборе факторов, включаемых в модель, заключается в том, чтобы ввести в анализ все основные факторы,

влияющие на уровень изучаемого явления так, чтобы изменения этих факторов объясняли подавляющую часть изменений результативного признака. При этом необходимо учитывать, что ввод в модель чрезмерно большого числа факторов нежелателен, правильнее отобрать только сравнительно небольшое число основных факторов, находящихся предположительно в корреляционной связи с выбранным функциональным показателем.

*Чрезмерное увеличение числа факторов может не прояснить, а, наоборот, затушевать картину множественных связей.* Непосредственный отбор факторов-аргументов для включения их в экономико-математическую модель должен осуществляться на основе теоретико-экономического анализа, исходя из целей и задач исследования. Кроме факторов, непосредственно определяющих величину исследуемого результативного показателя, в анализ необходимо *вводить* итак называемые глубинные факторы, действующие опосредованно. При помощи априорного теоретического анализа часто нельзя выявить не только меру, но даже направление влияния того или иного фактора на изучаемые экономические показатели. Например, показатели структуры затрат.

Качественный теоретический анализ при первом приближении не позволяет ответить на вопрос о существенности влияния отобранных факторов. Поэтому в практике корреляционного анализа *широкое распространение получил так называемый двухстадийный отбор*. В соответствии с ним в модель включаются все предварительно отобранные факторы. Затем среди них на основе специальной количественной оценки и дополнительного качественного анализа выявляются несущественно влияющие факторы, которые постепенно отбрасываются, пока не останутся те, относительно которых можно утверждать, что имеющийся статистический материал согласуется с гипотезой об их совместном существенном влиянии на зависимую переменную при выбранной форме связи.

Своё наиболее законченное выражение двухстадийный отбор получил в методике так называемого *многошагового регрессионного анализа, при котором отсеиваются несущественные факторы происходит на основе показателей их статистической значимости, в частности, на основе величины t-критерия Стьюдента*.

При предварительном отборе факторов, включаемых в анализ, к ним предъявляются специфические требования. Прежде всего, *показатели, выражающие эти факторы, должны быть количественно измеримы*. В некоторых случаях, используя соответствующий математический аппарат, *можно учесть и качествен-*

ные показатели. Однако такой учет требует дополнительных процедур формализации этих показателей.

*Факторы, включаемые в модель, не должны находиться между собой в функциональной или близкой к ней связи.* Наличие таких связей свидетельствует о том, что некоторые факторы характеризуют одну и ту же сторону изучаемого явления. Поэтому их одновременное включение в модель нецелесообразно, т.к. они в определённой степени дублируют друг друга. Такое явление носит название мультиколлинеарности факторов. *Если нет особых предположений, говорящих в пользу одного из этих факторов, следует отдавать предпочтение тому из них, который характеризуется большим коэффициентом парной (или частной) корреляции или вносит в уравнение регрессии наибольший вклад, то есть даёт меньшую остаточную дисперсию.*

Использование для отбора включаемых в модель факторов коэффициентов парной корреляции оправдано тем, что они служат фактически концентрированным выражением влияния на изучаемый показатель всей функционально связанной группы факторов. С этой точки зрения коэффициент парной корреляции более предпочтителен, чем коэффициент частной корреляции. С другой стороны, мультиколлинеарность приводит к весьма нежелательным последствиям. В этом случае матрица системы нормальных уравнений оказывается плохо обусловленной, что ведёт за собой невозможность получения (или неустойчивость) результатов решения.

*Выбор факторов, включаемых в модель, зачастую предопределяется возможностью получения исходной статистической информации.* По многим важным для анализа хозяйственной деятельности факторам в годовых отчётах предприятий нет соответствующих данных, и их получают в результате специальных обследований.

3 этап. Выбор формы связи между факторными показателями и результативным признаком. *Определение формы связи изучаемого экономического показателя с выбранными факторами-аргументами, т.е. спецификация – один из наиболее сложных и ответственных этапов построения экономико-математической модели.* От правильности выбора зависит, насколько будет построенная экономико-математическая модель адекватна изучаемому явлению, а это в значительной степени предопределяет практическую ценность получаемых результатов. Запас кривых для выравнивания статистических данных бесконечно разнообразен. *Для выбора той из них, которая наиболее адекватна не*

*только имеющемуся эмпирическому материалу, но и истинной зависимости между изучаемым экономическим показателем и обуславливающими его факторами, исходят из соображений теоретико-логического, графического и статистического характера.*

Предварительно необходимо определить тип выбираемой модели, изучить возможности ее применения для построения экономико-математической модели, составить перечень показателей и параметров модели, используемые формы связей. Целесообразно использовать достаточно изученные математические модели. В некоторых случаях это требует некоторого упрощения при описании изучаемого экономического объекта, но не в ущерб описанию основных изучаемых свойств объекта. В ряде случаев оправданно применять новую, ранее неизвестную математическую модель.

*Как и при отборе факторов – аргументов, решающая роль принадлежит (логическому) теоретическому обоснованию формы зависимости. Существенную помощь при выборе формы связи, особенно при парной корреляции, оказывает графический анализ зависимости между функцией и ее предполагаемыми аргументами. О типе теоретической кривой в этом случае судят по внешнему виду эмпирического графика регрессии, устраняя мысленно те зигзаги, которые можно предположить вызванными случайными причинами. С увеличением числа факторов-аргументов надежность этого метода существенно снижается, тем не менее, графический анализ зависимости между функцией и каждым ее аргументом в отдельности может оказать помощь при определении формы множественной связи.*

Однако ни один из этих способов не позволяет однозначно выбрать функцию, наилучшим образом описывающую изучаемое явление. Поэтому *на практике приходится определять искомый вид связи эмпирическим путем сравнения ряда моделей и выбора наилучшей из них с точки зрения принятого критерия сравнения.*

При прочих равных условиях предпочтение отдается модели, зависящей от меньшего числа параметров. Считается, что число наблюдений должно быть больше числа параметров уравнения регрессии, по крайней мере, в 5–7 раз. Изучаемая совокупность должна обладать достаточно большим числом степеней свободы вариации, определяемым соотношением между численностью этой совокупности и числом параметров уравнения множественной регрессии. В крайнем выраженном случае, когда число параметров уравнения регрессии равно числу наблюдений или срав-

нимо с ним, даже если все критерии адекватности принимают свои предельные значения, а нормированная ошибка равна нулю, полученная модель не имеет практического смысла.

Во всех остальных случаях *высокий коэффициент множественной корреляции и соответствующий ему коэффициент детерминации свидетельствуют не только о том, что в окончательно отобранную модель включены все основные факторы, но также о справедливости гипотезы о линейной форме связи. Выбор линейной формы связи обоснован рядом причин:*

а) для линейных моделей имеется хорошо разработанный математический аппарат как для оценки параметров модели, так и для последующей оценки точности и статистической надежности полученных результатов;

б) во многих случаях принятую нелинейную математическую модель можно привести к линейному виду заменой переменных или логарифмированием;

в) имеющаяся нелинейная зависимость между результирующим показателем и факторными показателями на фактически используемом интервале изменения этих показателей может быть с достаточной точностью аппроксимирована линейной зависимостью.

В случае использования системы линейных уравнений методы оценки параметров математических моделей приведены на рис. 2. Если выбранная линейная форма связи сильно искажает действительный нелинейный характер зависимости, то величина коэффициента множественной корреляции, вычисленная через параметры уравнения регрессии, будет значительно ниже индекса множественной корреляции, определяемого через отношение дисперсии. В том случае, если полученная в результате решения линейная модель оказывается неадекватной с точки зрения F-критерия Фишера или других критериев, целесообразно переходить к параболической кривой, добавляя в уравнение значения неизвестных в квадрате и парные их произведения.

Действуя таким образом и *повышая порядок уравнения, можно подобрать модель, соответствующую любому статистическому материалу. Однако практическая ценность такой модели будет резко снижаться по мере увеличения числа ее параметров.*

*Поэтому, если дальнейшее повышение степени полиномов наталкивается на эту границу, следует рассматривать другие нелинейные модели, например, модели мультипликативного типа. Тем или иным способом найденную модель можно упростить, отсеяв статистически незначимые или, так называемые, лишние*



факторы, которые незначительно влияют на целевую функцию и в то же время сильно коррелируют с остальными факторами. Для отсева статистически незначимых факторов их следует ранжировать по величине их статистической значимости, т.е. по величине t-критерия Стьюдента. Фактор, для которого t-критерий Стьюдента имеет наименьшее значение, признается незначимым. После этого заново решается новая модель, зависящая от меньшего числа факторов, и вся процедура повторяется.

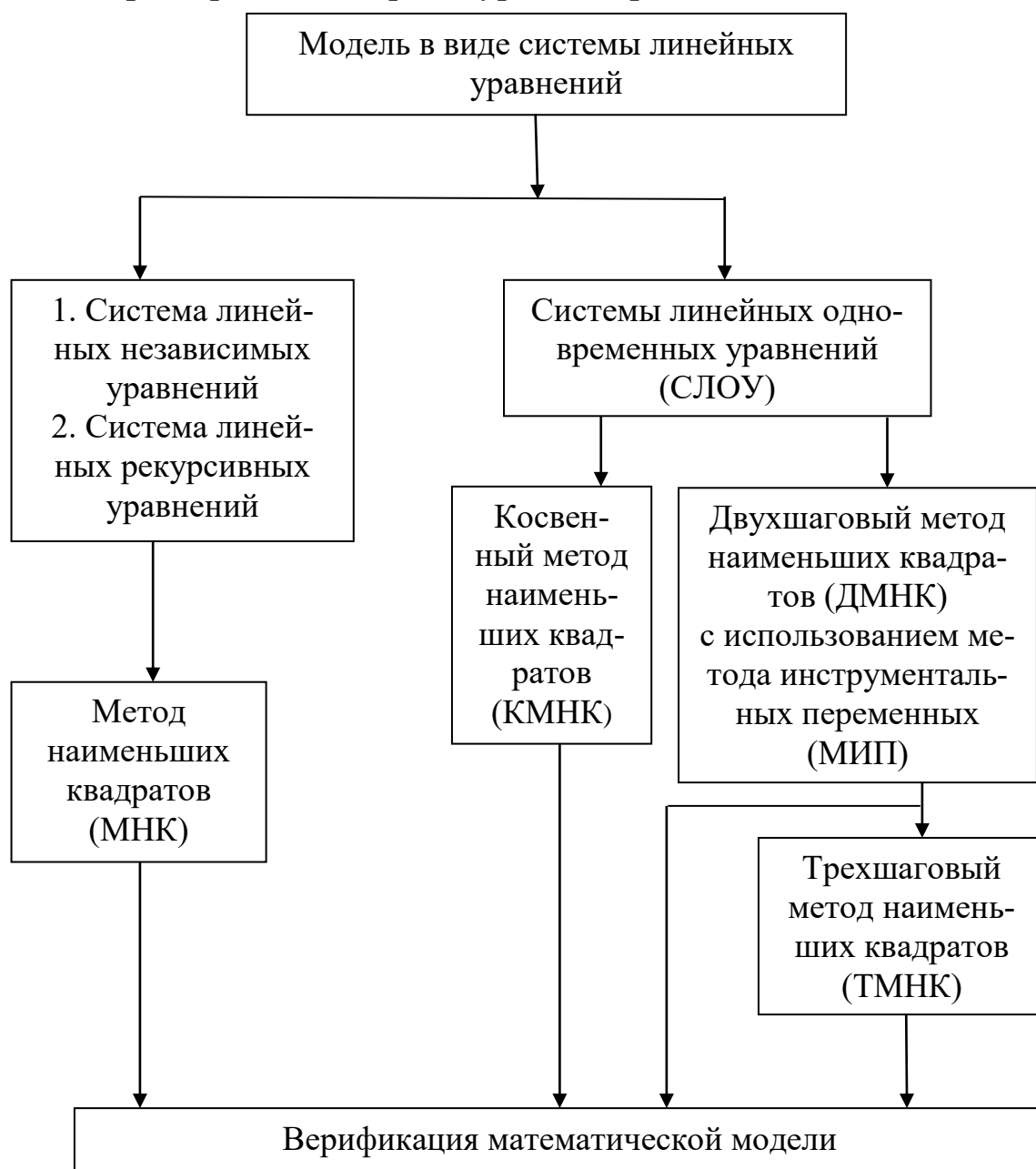


Рис. 2. Методы оценки параметров математических моделей в виде системы линейных уравнений

Этот процесс продолжается до тех пор, пока оставшиеся в модели факторы не окажутся статистически значимыми. Эта процедура – метод многошагового регрессионного анализа. Его недо-

статок – чисто формальный характер процедуры, по причине которого из модели могут быть исключены существенные факторы. Для преодоления этого недостатка необходимо использовать для ранжирования факторов наряду с t-критерием Стьюдента более содержательный критерий. Одним из таких критериев может быть показатель суммы рангов, приведенный в табл. 1.

Этот показатель вычисляется по результатам анкетного опроса широкого круга специалистов. Каждому специалисту предлагается заполнить анкету, в которой перечисляются факторы, отобранные для корреляционного анализа изучаемого показателя. Специалист должен проранжировать эти факторы по степени их важности в виде значения  $X_{jk}$ . При этом фактору, оказывающему наибольшее влияние на данный показатель, экспертом присваивается ранг 1 и т.д. Сумма рангов  $S_k = \sum_{j=1}^m X_{jk}$  отражает совокупное мнение экспертов, чем она меньше, тем больше, по мнению экспертов, влияние фактора на результирующий показатель.

Таблица 1

**Значения рангов показателей**

Эксперты Факторы	Э <sub>1</sub>	Э Э <sub>2</sub> ...	Э <sub>к</sub> ...	Э <sub>м</sub>	Сумма рангов
1	$X_{11}$	$X_{12}...$	$X_{1k}...$	$X_{1m}$	$S_1 = \sum_{j=1}^m X_{1k}$
2	$X_{21}$	$X_{22}...$	$X_{2k}...$	$X_{2m}$	$S_2 = \sum_{j=1}^m X_{2k}$
j	$X_{j1}$	$X_{j2}...$	$X_{jk}...$	$X_{jm}$	$S_k = \sum_{j=1}^m X_{jk}$
...	...	...	...	...	...
p	$X_{p1}$	$X_{p2}...$	$X_{pk}...$	$X_{pm}$	$S_p = \sum_{j=1}^m X_{pk}$

В отличие от t-критерия Стьюдента, коэффициентов парной и частной корреляции показатель суммы рангов не зависит от объема выборки, её характера, вида модели и числа включенных в

нее факторов, что делает эти показатели не только содержательными, но и наиболее объективными показателями сравнительной сущности факторов. Получаемая в результате описываемого процесса конечная модель не является единственно возможной.

Можно получить несколько моделей с несущественно отличающимися коэффициентами множественной корреляции или показателями относительной ошибки. Окончательный выбор той или иной модели зависит от опыта исследователя и назначения модели.

4 этап. На данном этапе осуществляется *проверка с помощью математических приемов общих свойств модели и ее решений, включающих доказательства существования и единственности решения*. Кроме того, определяется перечень переменных, входящих в решение, и пределы их возможного изменения. Если аналитическое исследование затруднено, то обычно *используют численные методы исследования*.

5 этап. На этом этапе осуществляется сбор и подготовка исходной информации. Отбор исходных данных для анализа необходимо производить с определенной степенью осторожности, т.к. от качества и количества этих данных зависит ценность практических результатов. *Отобранная для расчетов статистическая совокупность должна быть одновременно и достаточно мощной по объему, и достаточно однородной по своему составу. Из анализа следует исключить или подвергнуть дополнительному тщательному изучению информацию, резко отличающуюся по своим основным показателям от всей рассматриваемой совокупности.*

Например, при отборе исходных данных для корреляционного анализа хозяйственной деятельности объектов управления возможно два принципиально различных подхода:

- 1) сравнение работы этих объектов за какой-то один период времени, например, год;
- 2) сравнение работы объектов управления за несколько смежных лет.

В первом случае получаем так называемую *пространственную выборку – выборку по множеству*. Построенная на ее основе модель будет иметь статический характер.

Во втором случае используются *«панельные данные»*. Сущность такого подхода заключается в том, что данные, характеризующие деятельность объекта управления за различные годы, объединяются в единую совокупность. Это значительно увеличивает объем выборки. Однако *каждый объект фигурирует в полу-*

чаемой совокупности несколько раз и между его показателями, относящимися к разным годам, следует ожидать определенную корреляцию. Таким образом, исходный статистический материал не представляет собой совокупности независимых испытаний, что лежит в основе при применении теории корреляции. Это несколько снижает дополнительный усредняющий эффект, возникающий в результате увеличения объема совокупности, но не может устранить его полностью, т.к. экономические показатели колеблются не только от предприятия к предприятию, но и от года к году внутри каждого предприятия. Достоинство этого подхода – модель, построенная на основе такой выборки, будет иметь определенный динамический характер, т.к. в ней фактически учитываются изменения экономических показателей во времени.

Основной источник получения необходимых исходных данных – это статистическая отчетность. Для корреляционного анализа хозяйственной деятельности основным видом отчетности являются годовые бухгалтерские отчеты объектов управления, а также разрабатываемые и издаваемые на базе этих отчетов ежегодные сборники технико-экономических показателей. Однако зачастую ни сами годовые отчеты, ни издаваемые сборники не содержат многих необходимых для корреляционного анализа показателей, которые приходится рассчитывать дополнительно на основе, имеющейся в отчетах и сборниках информации. Кроме того, не существует методики оценки точности показателей в самих годовых отчетах. Все это существенно снижает достоверность как исходной информации, так и создаваемой математической модели.

При экономических исследованиях достаточно часто необходимая для построения математической модели информация отсутствует в статистических сборниках, и для ее получения требуется проведение специальных обследований, осуществление расчетов с использованием методов теории вероятностей и математической статистики. В некоторых случаях исходные данные не могут быть получены из-за невозможности численного определения величины показателя, что ведет обычно к поиску замещающих показателей.

6 этап. Этот этап предполагает выполнение количественных расчетов экономических параметров и показателей, характеризующих создаваемую математическую модель. Соответственно, необходимо произвести *разработку алгоритмов решения задачи, создание рабочих программ для вычислительной техники, на ко-*

*торой будут реализовываться алгоритмы решения задачи и затем осуществление расчетов.* Расчеты проводятся для различных вариантов задания исходных показателей и вида модели. Это дает возможность проведения последующего комплексного анализа как свойств самой модели, так и используемых исходных данных.

7 этап. На данном этапе проводится комплексный анализ результатов моделирования экономического объекта или процесса, включающий *оценку адекватности, точности и полноты разработанной математической модели.* Для этих целей обычно используют статистические показатели, характеризующие степень совпадения результирующих показателей модели и изучаемого экономического объекта или процесса.

В некоторых исследованиях для проверки правильности работы модели используют так называемые *«антимодели»*, которые позволяют по конечным результатам расчетов восстанавливать исходные данные и, тем самым, проверять надежность полученной математической модели.

Возможен вариант использования части исходных данных для определения вида и параметров математической модели, а другой части исходных данных – для проверки адекватности построенной математической модели. При реализации в экономических исследованиях такого подхода необходимо учитывать объем доступной информации и скорость изменения структуры изучаемого объекта управления во времени.

На основе полученных результатов комплексного анализа принимается решение о применимости разработанной математической модели для анализа и прогнозирования поведения изучаемого экономического объекта или процесса, а затем и использования модели при выработке управляющих воздействий на них.

Разработка экономико-математической модели обычно требует повторения ряда этапов создания модели. Это вызывается тем, что после выполнения каждого этапа происходит расширение знаний исследователя как о самом объекте или процессе, так и о свойствах создаваемой модели. Эти появляющиеся знания позволяют производить совершенствование модели, расширять ее возможности. В то же время результаты, полученные на каждом этапе создания модели, а также анализ результатов, полученных для различных вариантов модели, могут иметь и самостоятельное значение.

Для современного уровня развития вычислительной техники, математического и программного обеспечения *вполне реализуема*

*система автоматизированного построения математических моделей объектов управления в режиме реального времени. Цель этих работ – построить самоорганизующиеся системы алгоритмов в процессе решения конкретных задач по формальному их описанию и требуемой точности решения. При этом задача адаптации математической модели к изменяющимся условиям с целью более адекватного отражения моделируемого процесса может быть сведена к задаче оптимизации. В качестве критерия оптимизации могут быть предложены различные величины: минимум среднеквадратичной ошибки или более сложные и многокритериальные функционалы.*

## **2. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

**1. Предмет, задачи и методы эконометрии.**

**2. Основные положения теории множественной корреляции:**

2.1. Общие положения.

2.2. Метод наименьших квадратов.

2.3. Свойства оценок полученных методом наименьших квадратов.

**3. Методика построения многофакторных корреляционных моделей для показателей эффективности хозяйственной деятельности:**

3.1. Выбор функционального показателя.

3.2. Отбор факторов-аргументов.

3.3. Выбор формы связи.

3.4. Отбор исходных данных.

3.5. Решение корреляционных моделей и экономико-математический анализ результатов решения.

**4. Оценка адекватности и точности регрессионных моделей:**

4.1. Общие положения.

4.2. Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности.

4.3. Проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения.

4.4. Проверка равенства математического ожидания случайной компоненты нулю.

4.5. Проверка независимости значений уровней случайной компоненты.

4.6. Определение точности модели.

## **5. Исследование влияния факторов на изменение результирующего показателя в уравнении регрессии:**

5.1. Линейные уравнения регрессии. Закон сложения дисперсий.

5.2. Коэффициенты парной и частной корреляции, коэффициент эластичности и их применение для оценки влияния факторных показателей на результирующий показатель.

5.3. Коэффициенты множественной корреляции и детерминации, их использование для оценки совокупного влияния факторных признаков на результирующий признак.

## **6. Оценка статистической надежности уравнения регрессии и ее параметров:**

6.1. Критерий Фишера и его использование для оценки статистической надежности уравнения регрессии.

6.2. Критерий Стьюдента (t-критерий) и его применение для оценки статистической надежности параметров уравнения регрессии, доверительные интервалы параметров уравнения регрессии.

## **7. Гетероскедастичность остатков в уравнении регрессии, ее последствия, методы обнаружения и устранения:**

7.1. Гетероскедастичность остатков в уравнении регрессии и ее последствия.

7.2. Обнаружение гетероскедастичности остатков в уравнении регрессии:

7.2.1. Тест ранговой корреляции Спирмена.

7.2.2. Тест Голдфенда-Квандта.

7.2.3. Тест Глейзера.

7.3. Методы устранения гетероскедастичности остатков в уравнении регрессии.

## **8. Автокорреляция остатков, ее обнаружение и устранение:**

8.1. Автокорреляция и связанные с ней факторы, авторегрессионная схема первого порядка.

8.2. Обнаружение автокорреляции первого порядка. Критерий Дарбина-Уотсона.

8.3. Методы устранения автокорреляции.

8.3.1. Устранение автокорреляции, описываемой авторегрессионной схемой первого порядка в общем случае. Поправка Прайса–Уинстена.

8.3.2. Метод Кокрана–Оркатта. Метод Хилдрета–Лу.

## **9. Мультиколлениарность факторных показателей, её по-**

**следствия:**

9.1. Сущность явления мультиколлениарности факторных показателей на примере совершенной мультиколлениарности.

9.2. Влияние мультиколлениарности факторных показателей на точность оценки параметров уравнения регрессии.

9.3 Обнаружение мультиколлениарности с помощью корреляционной матрицы факторных переменных.

9.4. Способы устранения мультиколлениарности факторных показателей.

**10. Обобщенный метод наименьших квадратов и его использование для оценки эффективности методов определения параметров уравнения регрессии.**

**11. Нелинейные уравнения регрессии и методы их линеаризации:**

11.1. Линеаризация уравнения регрессии путем замены переменных.

11.2. Линеаризация уравнения регрессии с использованием логарифмического преобразования (степенные и показательные функции).

11.3. Представление случайного члена в преобразованных нелинейных уравнениях регрессии.

11.4. Определение параметров нелинейного уравнения регрессии, не приводимого к линейному уравнению.

11.5. Выбор вида уравнения регрессии с использованием теста Бокса-Кокса (алгоритм П. Зарембки).

**12. Характеристики временных рядов. Модели стационарных и нестационарных временных рядов и методы их идентификации:**

12.1. Общая характеристика временных рядов. Основные компоненты временного ряда.

12.2. Предварительный анализ временных рядов экономических показателей. Выявление аномальных наблюдений методом Ирвина.

12.3. Сглаживание временных рядов экономических показателей (механическое и аналитическое сглаживание).

12.4. Построение трендовых моделей.

**13. Системы линейных одновременных уравнений и методы определения их параметров:**

13.1. Системы линейных одновременных уравнений – СЛОУ (общие сведения).

13.2. Структурная и приведенная формы СЛОУ.

13.3. Косвенный метод наименьших квадратов (КМНК) и его



использование для определения параметров СЛОУ.

13.4. Метод инструментальных переменных (МИП) и его применение для определения параметров уравнения регрессии.

13.5. Идентифицируемость СЛОУ.

13.6. Двухшаговый метод наименьших квадратов (ДМНК) и его применение для определения параметров уравнения регрессии.

13.7. Трехшаговый метод наименьших квадратов (ТМНК) и его использование для определения параметров уравнения регрессии.

### **3. СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

#### **а) нормативные правовые акты**

1. Гражданский кодекс Российской Федерации (часть первая) от 30.11.1994 г. № 51-ФЗ (ред. от 22.10.2014 г.) (с изм. и доп., вступ. в силу с 02.03.2015 г.).

2. Гражданский кодекс Российской Федерации (часть вторая) от 26.01.1996 г. № 14-ФЗ (ред. от 31.12.2014 г.) (с изм. и доп., вступ. в силу с 22.01.2015 г.).

3. Гражданский кодекс Российской Федерации (часть третья) от 26.11.2001 г. № 146-ФЗ (ред. от 05.05.2014 г.).

#### **б) основная литература:**

1. Колемаев В.А. Эконометрика: учебник. М.: ИНФРА-М, 2017. 160 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=768143>.

2. Пучков В.Ф., Грацинская Г.В. Разработка и применение математических моделей для решения задач управления экономическими системами: монография. М.: БИБЛИО-ГЛОБУС, 2015. 416 с. URL: <https://search.rsl.ru/ru/record/01008102061>.

3. Соколов Г.А. Эконометрика: теоретические основы: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2016. 216 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=555405>.

#### **в) дополнительная литература:**

1. Болдыревский П.Б., Зимина С.В. Эконометрика: учебное пособие. М.: КноРус, 2017. 177 с. URL: <https://www.book.ru/book/920226>.

2. Бородич С.А. Эконометрика. Практикум: учебное пособие. М.: ИНФРА-М; Мн.: Нов. знание, 2014. 329 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=440758>.

3. Гладилин А.В., Герасимов А.Н., Громов Е.И. Эконометрика: учебное пособие. М.: КноРус, 2015. 227 с. URL: <https://www.book.ru/book/916545>.

4. Пучков В.Ф. Математические модели микроэкономики: учебное

пособие. Гатчина: Изд-во ГИЭФПТ, 2017. 82 с.

5. Пучков В.Ф. Решение управленческих задач средствами экономико-математического моделирования: учебное пособие. 3-е изд., перераб. и доп. Гатчина: Изд-во ГИЭФПТ, 2017. 53 с.

6. Уткин В.Б. Эконометрика. 2-е изд. М.: Дашков и К°, 2017. 564 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=415317>.

7. Яновский Л.П., Буховец А.Г. Введение в эконометрику: учебное пособие. М.: КноРус, 2017. 255 с. URL: <https://www.book.ru/book/919636>.

**г) перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

1. Официальный сайт Федеральной службы государственной статистики. URL: <http://www.gks.ru>.

2. Официальный сайт РосБизнесКонсалдинг (материалы аналитического и обзорного характера). URL: <http://www.rbc.ru>.

3. Официальный сайт компании «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru/>.

4. Федеральный правовой портал «Юридическая Россия». URL: <http://law.edu.ru>

5. Бабешко Л.О., Бич М.Г., Орлова И.В. Эконометрика и эконометрическое моделирование: учебник. 2-е изд., испр. и доп. М.: ИНФРА-М, 2021. 387 с. URL: <https://znanium.com/catalog/product/1141216> (дата обращения: 14.09.2021).

6. Демидова О.А., Малахов Д.И. Эконометрика: учебник и практикум для вузов. М.: Юрайт, 2021. 334 с. // Образовательная платформа «Юрайт». URL: <https://urait.ru/bcode/469219> (дата обращения: 14.09.2021).

7. Евсеев Е.А., Буре В.М. Эконометрика: учебное пособие для бакалавриата и специалитета. 2-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2019. 186 с. URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431441> (дата обращения: 18.11.2019).

8. Елисеева И.И. [и др.]. Эконометрика: учебник для вузов / под ред. И.И. Елисеевой. М.: Юрайт, 2021. 449 с. // Образовательная платформа «Юрайт». URL: <https://urait.ru/bcode/468366> (дата обращения: 14.09.2021).

9. Кремер Н.Ш., Путко Б.А. Эконометрика: учебник и практикум для вузов / под ред. Н.Ш. Кремера. 4-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2021. 308 с. // Образовательная платформа «Юрайт». URL: <https://urait.ru/bcode/468442> (дата обращения: 14.09.2021).

10. Новиков А.И. Эконометрика: учебное пособие. 3-е изд., перераб. и доп. М.: ИНФРА-М, 2020. 272 с. URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/1045602> (дата обращения: 27.01.2020)

**д) ЭБС «Знаниум»:**

1. Айвазян С.А., Фантаццини Д. Эконометрика - 2: продвинутый курс с приложениями: учебник / Московская школа экономики МГУ им. М.В. Ломоносова (МШЭ). М.: Магистр: ИНФРА-М, 2014. 944 с.

2. Бородич С.А. Эконометрика. Практикум: учебное пособие. М.: ИНФРА-М; Мн.: Нов. знание, 2015. 329 с. (Высшее образование: Бакалавриат).

3. Гармаш А.Н., Орлова И.В., Концевая Н.В. [и др.]. Экономико-математические методы в примерах и задачах: учебное пособие. / под ред. А.Н. Гармаша. М.: Вуз. уч.: ИНФРА-М, 2014. 416 с.

4. Невежин В.П., Невежин Ю.В. Практическая эконометрика в кейсах: учебное пособие. М.: «ФОРУМ»: ИНФРА-М, 2017. 317 с. + Доп. материалы. URL: <http://www.znaniium.com>

5. Новиков А.И. Эконометрика: учебное пособие. 3-е изд., перераб. и доп. М.: ИНФРА-М, 2014. 272 с. (Высшее образование: Бакалавриат).

6. Соколов Г.А. Эконометрика: теоретические основы: учебное пособие. М.: ИНФРА-М, 2016. 216 с. (Высшее образование: Бакалавриат)

**е) Book.ru**

1. Болдыревский П.Б., Зимина С.В. Эконометрика: учебное пособие. М.: КноРус, 2017. 177 с. Для бакалавров.

2. Костромин А.В., Кундакчян Р.М. Эконометрика: учебное пособие. М.: КНОРУС, 2017. 228 с. (Бакалавриат)

3. Мельников Р.М. Эконометрика: учебное пособие. М.: Проспект, 2014. 288 с.

4. Яновский Л.П., Буховец Г. Введение в эконометрику: учебное пособие / под ред. Л.П. Яновского. 3-е изд., стер. М.: КНОРУС, 2017. 256 с.

## Приложение 1

### Лабораторная работа № 1 исследовательского характера с рассмотрением конкретных ситуаций по темам:

**Тема 1.** Линейная модель множественной регрессии и ее характеристики.

**Тема 2.** Метод наименьших квадратов (мнк) и свойства оценок параметров, найденных с его помощью.

**Тема 3.** Определение показателей качества уравнения.

**Тема 4.** Линейные регрессионные модели с автокорреляционными остатками.

**Тема 5.** Мультиколлинеарность факторных переменных.

### 1. Общие положения

Лабораторная работа по дисциплине «Эконометрика» выполняется с целью получения студентами навыков самостоятельного использования методов корреляционно-регрессионного анализа для построения с использованием персональных компьютеров, модели множественной регрессии экономического процесса и проведения последующего анализа как самой модели, так и исследуемого процесса при различных исходных данных. При выполнении данной работы реализуется освоение компетенций, включающих этапы: *ЗНАТЬ*, *УМЕТЬ* и *ВЛАДЕТЬ*.

Номер варианта задания для выполнения лабораторной работы выбирается из табл. № 1. Численные значения исходных данных для выполнения задания приведены в Приложении I.

Таблица № 1

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Начальная буква фамилии	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З	И	К
№ варианта	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Начальная буква фамилии	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
№ варианта	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Начальная буква фамилии	Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Э	Ю	Я	Ё	Й

### 2. Задания для выполнения контрольной работы

1. Задана совокупность информации с известными значениями:

$u_i$  – годовые объемы (стоимость) приобретаемых потребителями предметов роскоши (тыс. руб./чел.);

$x_{1i}$  – месячные ставки фиксированных заработных плат (тыс.

руб./чел.);

$x_{2i}$  – объемы имеющихся денежных сбережений на счетах (тыс. руб./чел.);

$x_{3i}$  – дополнительные доходы потребителя в месяц (тыс. руб./чел.),

где  $i$  – номер потребителя.

Значения величин  $y_i, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}$  даны в табл. 3.

2. Для заданного варианта совокупности предприятий найти коэффициенты уравнения регрессии вида:

$$y = a_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 \quad (1)$$

3. При производстве расчетов представить таблицу исходных данных в следующем виде:

Таблица № 2

№ набл.	Годовые объемы (стоимость) приобретаемых потребителями предметов роскоши ( $y$ )	Месячные ставки фиксированных заработных плат ( $x_1$ )	Объемы имеющихся денежных сбережений на счетах ( $x_2$ )	Дополнительные доходы потребителя в месяц ( $x_3$ )
1				
2				
3				

4. Произвести сравнительную оценку влияния различных факторов ( $x_{j,i}$ ) на результирующий признак ( $y_i$ ) и взаимосвязь факторов между собой. Оценку провести, используя значения парных коэффициентов корреляции ( $r$ ). Для этой цели построить таблицу вида:

Таблица № 3

	Годовые объемы (стоимость) приобретаемых потребителями предметов роскоши ( $y$ )	Месячные ставки фиксированных заработных плат ( $x_1$ )	Объемы имеющихся денежных сбережений на счетах ( $x_2$ )	Дополнительные доходы потребителя в месяц ( $x_3$ )
Годовые объемы (стоимость) приобретаемых потребителями	1			
Месячные ставки фиксированных заработных плат ( $x_1$ )	$r_{yx1}$	1		
Объемы имеющихся денежных сбережений на счетах ( $x_2$ )	$r_{yx2}$	$r_{x1x2}$	1	
Дополнительные доходы потребителя в месяц ( $x_3$ )	$r_{yx3}$	$r_{x1x3}$	$r_{x2x3}$	1

5. Для нахождения матрицы коэффициентов парной корреляции использовать табличный редактор «Excel», выполнив команды:

**«Сервис» – «Анализ данных» – «Корреляция».**

Затем в диалоговом окне **«Корреляция»** в поле **«Входной интервал»** ввести адреса ячеек **«Таблицы исходных данных»**, включая названия реквизитов. Установить отметку в окне **«Метки в первой строке»** и **«По столбцам»**. Выбрать параметры вывода **«Новый рабочий лист»**. Получить результаты в виде табл. 3.

6. Произвести анализ полученных значений коэффициентов парной корреляции. Проверить значимость коэффициентов парной корреляции, используя t-критерий Стьюдента. Для этой цели найти для каждого коэффициента парной корреляции значение t-критерия Стьюдента:

$$t_{\phi} = \sqrt{\frac{r^2(n-2)}{1-r^2}}, \quad (2)$$

где  $r$  – значение коэффициента парной корреляции;

$n$  – число наблюдений ( $n=20$ ).

Затем сравнить  $t_{\phi}$  для каждого коэффициента парной корреляции с  $t$  критическим из таблицы в учебнике для 5% уровня значимости (двустороннего) и числа степеней свободы  $\nu=n-2$ .

Если  $t_{\phi} > t_{кр.}$ , то найденный коэффициент парной корреляции признается значимым. В модель включить только те факторы, которые имеют коэффициент парной корреляции  $r_{yxj} > 0,5$ . В случае если между самими факторами коэффициент парной корреляции  $r_{xij} \geq 0,8$ , для избегания явления мультиколлинеарности в модель включить только один фактор – тот, у которого больше  $r_{yxj}$ .

7. Произвести построение уравнения регрессии вида (1) с учетом оставленных для дальнейших исследований факторов  $x_{j,i}$ . Для нахождения коэффициентов уравнения регрессии и статистических критериев, характеризующих значимость и точность найденного уравнения регрессии, использовать табличный редактор «Excel», применив команды **«Сервис» – «Анализ данных» – «Регрессия».**

В диалоговом окне **«Регрессия»** в поле **«Входной интервал Y»** ввести данные по производительности труда, включая название реквизита. В поле **«Входной интервал X»** ввести данные по выбранным влияющим факторам. При этом вводимые данные должны находиться в соседних столбцах. Затем установить «галочку» в окне **«Метки»** и **«Уровень надежности»**. Установить переключатель: **«Новый рабочий лист»**, и поставить «галочки» в

окошках «*Остатки*». После всех перечисленных действий нажать курсором «мышь» клавишу «ОК» в диалоговом окне регрессии.

8. Произвести форматирование полученных результатов расчета коэффициентов уравнения регрессии и статистических характеристик.

Дать анализ значений показателей:

8.1. Из таблицы: «*Регрессионная статистика*»:

- множественный R;
- R – квадрат (коэффициент детерминации).
- стандартная ошибка.

8.2. Из таблицы: «*Дисперсионный анализ*»:

- значимость F;
- коэффициенты (значения свободного члена уравнения регрессии и коэффициентов уравнения регрессии);
- t – статистика (для каждого коэффициента уравнения регрессии);
- P – значение (вероятность принятия «нулевой гипотезы» по каждому коэффициенту);
- нижние 95% и верхние 95% – границы нахождения значений коэффициентов регрессии.

9. Привести четыре обязательных свойства, которым должны отвечать выведенные «*Остатки*», чтобы найденное уравнение регрессии было адекватным и, соответственно, статистические характеристики были верными.

10. Выполнить расчеты по проверке выполнения условий адекватности и точности. Сделать анализ полученных результатов. Расчеты провести, используя нижеприведенную методику.

### ***3. Методика оценки адекватности математической модели***

#### ***3.1 Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности***

Независимо от вида и способа построения экономико-математической модели на основе статистических данных вопрос о возможности ее применения в целях анализа и прогнозирования экономических явлений может быть решен только после установления адекватности, т.е. соответствия свойств модели изучаемым свойствам исследуемого процесса или объекта. Так как полного соответствия модели реальности не может быть, то адекватность – это в какой-то мере условное понятие.

Модель  $\tilde{y}_i$  ряда  $y_i$  считается адекватной, если правильно отра-

жает систематические компоненты этого ряда. Это требование эквивалентно требованию, чтобы остаточная компонента

$$\varepsilon_i = y_i - \tilde{y}_i, \quad i=1 \div n$$

удовлетворяла свойствам случайной компоненты ряда, а именно:

- а) случайность колебаний уровней остаточной компоненты;
- б) соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону распределения;
- в) равенство нулю математического ожидания случайной компоненты;
- г) независимость значений уровней случайной компоненты.

Рассмотрим способы проверки этих свойств остаточной последовательности.

Проверка случайности колебаний уровней остаточной последовательности означает проверку гипотезы о правильности выбора уравнения регрессии. Для исследования случайности отклонений от уравнения регрессии находятся разности  $\varepsilon_i = y_i - \tilde{y}_i$ . Характер этих отклонений может изучаться с помощью ряда непараметрических критериев. Одним из таких критериев является критерий серий, основанный на медиане выборки.

Ряд из величин  $\varepsilon_i$  располагают в порядке возрастания их значений и находят медиану  $\varepsilon_m$  полученного вариационного ряда, т.е. срединное значение при  $n$  нечетном или среднюю арифметическую из 2-х соседних срединных значений при четном  $n$ . Возвращаясь к исходной последовательности  $\varepsilon_i$  и сравнивая значения этой последовательности с  $\varepsilon_m$ , ставят знак «+», если  $\varepsilon_i > \varepsilon_m$  и знак «-», если  $\varepsilon_i < \varepsilon_m$ . Соответственно, значение  $\varepsilon_i$  опускается, если  $\varepsilon_i = \varepsilon_m$ .

Таким образом, получается последовательность, состоящая из набора знаков «+» и «-», общее число которых не превосходит  $n$ . Последовательность подряд идущих «+» или «-» называется серией.

Для того, чтобы последовательность  $\varepsilon_i$  была случайной выборкой, протяженность самой длинной серии не должна быть слишком большой, а общее количество серий слишком малым.

Обозначим протяженность самой длинной серии  $K_{max}$ , а общее число серий – через  $v$ . Выборка признается случайной, если выполняются следующие неравенства для 5%-го уровня значимости нулевой гипотезы:

$$K_{max} < [3,3 \lg(n+1)] \quad , \quad (3)$$

$$v > \left[ \frac{1}{2} (n+1 - 1,96\sqrt{n-1}) \right], \quad (4)$$



где квадратные скобки обозначают необходимость нахождения целой части числа.

Если хотя бы одно из неравенств – (3) или (4) – нарушается, то гипотеза о случайном характере отклонений уровней ряда  $y_i$  от теоретических уровней  $\tilde{y}_i$  отвергается, и модель признается неадекватной.

### **3.2 Проверка соответствия распределения случайной компоненты нормальному закону распределения**

Данная проверка производится обычно приближенно с помощью нахождения показателей асимметрии  $\gamma_1$  и эксцесса  $\gamma_2$ . Так как изучаемые ряды, как правило, не очень велики, это производится на основании сравнения найденных показателей с теоретическими. При нормальном распределении некоторой генеральной совокупности показатели асимметрии и эксцесса должны быть равны 0 ( $\gamma_1=0, \gamma_2=0$ ). При конечной выборке из генеральной совокупности показатели асимметрии и эксцесса имеют отклонения от 0.

Для оценки соответствия выбранной совокупности данных нормальному закону распределения используется так называемая оценка показателей эксцесса и асимметрии.

В качестве оценки асимметрии используется формула:

$$\tilde{\gamma}_1 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^3}{\sqrt{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2\right)^3}} . \quad (5)$$

Для определения допустимой среднеквадратичной ошибки асимметрии применяется формула:

$$\sigma_{\tilde{\gamma}_1} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}} . \quad (6)$$

Оценка показателя эксцесса производится с использованием формулы:

$$\tilde{\gamma}_2 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2\right)^2} - 3 . \quad (7)$$

Допустимая среднеквадратичная ошибки эксцесса находится по формуле:

$$\sigma_{\tilde{\gamma}_2} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}} \quad (8)$$

Если одновременно выполняются неравенства:

$$|\tilde{\gamma}_1| < 1,5\sigma_{\gamma_1} \quad (9)$$

и

$$\left| \tilde{\gamma}_2 + \frac{6}{(n+1)} \right| < 1,5\sigma_{\gamma_2} \quad (10)$$

то гипотеза о нормальном распределении случайной компоненты принимается.

Если

$$|\tilde{\gamma}_1| > 2\sigma_{\gamma_1} \quad (11)$$

и

$$\left| \tilde{\gamma}_2 + \frac{6}{(n+1)} \right| > 2\sigma_{\gamma_2} \quad (12)$$

то гипотеза о нормальном характере распределения отвергается и модель признается неадекватной.

Другие случаи требуют дополнительной проверки при помощи более сложных критериев.

### ***3.3 Проверка равенства математического ожидания случайной компоненты нулю***

Проверка осуществляется на основе t-критерия Стьюдента. Расчетное значение этого критерия находится по формуле:

$$t = \frac{\bar{\varepsilon} - 0}{S_{\varepsilon}} \cdot \sqrt{n} \quad , \quad (13)$$

где  $\bar{\varepsilon}$  – среднее арифметическое значение ряда  $\varepsilon_i$ ;

$S_{\varepsilon}$  – стандартное среднеквадратическое отклонение для последовательности  $\varepsilon_i$ .

Среднее арифметическое значение ряда  $\varepsilon_i$  определяется по формуле:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i}{n} \quad , \quad (14)$$

а стандартное среднеквадратическое отклонение – по нижеследующей формуле:

$$S_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\varepsilon_i - \bar{\varepsilon})^2}{n-1}} \quad . \quad (15)$$

Если расчетное значение  $t$  меньше табличного значения по статистике Стьюдента с заданным уровнем значимости  $\alpha$  и чис-

лом степеней свободы  $k=n-1$ , то гипотеза о равенстве нулю математического ожидания случайной последовательности принимается. В противном случае – отвергается, и модель считается неадекватной.

### **3.4 Проверка независимости значений уровней случайной компоненты**

Данная проверка осуществляется для выявления наличия автокорреляции остаточной последовательности, т.е. зависимости последующего значения отклонения от предыдущего. Эта проверка может производиться по ряду критериев. Наиболее распространенным является d-критерий Дарбина–Уотсона.

Расчетное значение этого критерия находится по формуле:

$$d_p = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2} \quad (16)$$

Расчетное значение d-критерия в интервале от 2 до 4 свидетельствует об отрицательной связи. В этом случае его надо преобразовать по формуле:

$$d_p'' = 4 - d \quad (17)$$

и в дальнейшем использовать значение  $d''$ . Расчетное значение критерия  $d$  или  $d''$  сравнивается с верхним  $d_2$  и нижним  $d_1$  критическими значениями статистики Дарбина–Уотсона.

Для 5%-го уровня значимости нулевой гипотезы эти значения зависят от числа наблюдений и количества факторных показателей. Конкретные значения величин  $d_1$  и  $d_2$  приведены в табл. 4. При этом если расчетное значение критерия  $d_p$  больше верхнего табличного значения  $d_2$ , то гипотеза о независимости уровней остаточной последовательности, т.е. об отсутствии в ней автокорреляции принимается.

*Таблица 4*

**Значения величин  $d_1$  и  $d_2$**

n	p=1		p=2		p=3	
	d1	d2	d1	d2	d1	d2
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65

Если расчетное значение  $d_p$  меньше нижнего табличного  $d_1$ , то эта гипотеза отвергается, и модель считается неадекватной.

Если значение  $d_p$  находится между значениями  $d_1$  и  $d_2$ , вклю-

чая сами эти значения, то считается, что нет достаточных оснований, делать тот или иной вывод, и необходимы дальнейшие исследования, например, по большему числу наблюдений.

В целом вывод об адекватности модели делается, если все 4 проверки свойств остаточной последовательности дают положительный результат. Для адекватных моделей имеет смысл ставить задачу оценки их точности.

#### 4. Методика оценки точности модели

Точность модели характеризуется величиной, характеризующей степень отклонения выхода модели от реального значения моделированных переменных. Для показателя, представленного рядом значений, точность оценивается через величину, которая в целом характеризует разность между значениями фактического уровня ряда и его оценкой полученной расчётным путём с использованием моделей. При этом в качестве статистических показателей точности применяют следующие:

1. Среднеквадратическое отклонение

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-p} \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2}, \quad (18)$$

где  $i = 1 \dots n$ ;

$y_i$  – фактическое значение ряда;

$\tilde{y}_i$  – теоретическое значение ряда;

$n$  – количество наблюдений;

$p$  – количество факторов в уравнении регрессии.

2. Средняя относительная ошибка аппроксимации

$$\bar{\varepsilon}_{om.} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \tilde{y}_i}{y_i} \right| \cdot 100\% . \quad (19)$$

3. Коэффициент сходимости

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}, \quad (20)$$

где  $\bar{y}$  – среднее значение результирующего признака.

4. Коэффициент детерминации

$$R^2 = 1 - \varphi^2 \quad (21)$$

На основании указанных показателей можно выбрать из нескольких адекватных моделей наиболее точную. Хотя может встретиться случай, когда по некоторому показателю более точна одна модель, а по другому – другая модель. К недостатку показа-

теля «среднее квадратичное отклонение» следует отнести то, что величина этого показателя напрямую зависит от масштаба (абсолютной величины) результирующего показателя. Поэтому данный показатель можно использовать для оценки точности моделей, построенных с использованием одной и той же информации. Показатели точности моделей по п.п. 2–4 являются по своей сути относительными показателями и не зависят напрямую от масштаба величины результирующего показателя. Однако при их использовании для сравнения точности моделей необходимо также учитывать суть результирующих показателей различных моделей. Например, нежелательно сравнивать по данным показателям точность моделей, где используются в качестве результирующего признака величины  $y$  и  $\log(y)$ .

В работе должны быть приведены все расчеты, полученные вручную и с помощью ПЭВМ в табличном виде, а соответствующие пояснения – в последовательности согласно заданию.

**Варианты заданий для выполнения контрольной работы  
«Определение параметров линейной модели множественной регрессии,  
оценка ее адекватности и точности»**

Вариант 1																				
№ потреб.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4,4	3,3	6,05	12,1	19,25	4,95	1,815	12,1	17,05	24,2	13,75	22,55	36,3	39,05	15,4	25,85	31,35	19,8	39,05	9,9
Y (тыс.руб./чел.)	57,96	46,948	67,11	140,2	189,1	67,93	42,29	119,5	189,5	281,87	158,71	246,1	327,03	301,7	230,32	247,45	320,46	209	385,11	106

Вариант 2																				
№ потреб.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4	3	6	12	19	1	2	12	17	24	14	22	36	39	15	25	31	20	39	10
Y (тыс.руб./чел.)	78.33	66.639	92.07	183.5	245.3	95.42	65.63	158.3	257.2	373.65	214.15	342.38	400.13	352.8	337.68	312.67	405.25	264.3	494.654	140.6

Вариант 3																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4,4	3,3	6,05	12,1	19,25	4,95	1,815	12,1	17,05	24,2	13,75	22,55	36,3	39,05	15,4	25,85	31,35	19,8	39,05	9,9
Y (тыс.руб./чел.)	103,32	89,531	122,4	239,9	319,9	128	90,91	208	341,6	491,81	283,61	459,4	508,82	439,2	461,83	403,22	522,95	340,8	642,857	184,8

<b>Вариант 4</b>																				
<b>№ наблюд.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>X1 (тыс.руб./чел.)</b>	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
<b>X2 (тыс.руб./чел.)</b>	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
<b>X3 (тыс.руб./чел.)</b>	4,4	3,3	6,05	12,1	19,25	4,95	1,815	12,1	17,05	24,2	13,75	22,55	36,3	39,05	15,4	25,85	31,35	19,8	39,05	9,9
<b>Y (тыс.руб./чел.)</b>	123,69	109,22	147,4	283,2	376,2	155,4	114,3	246,8	409,2	583,59	339,05	555,68	581,92	490,3	569,2	468,44	607,74	396,1	752,4	219,5

<b>Вариант 5</b>																				
<b>№ наблюд.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>X1 (тыс.руб./чел.)</b>	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
<b>X2 (тыс.руб./чел.)</b>	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
<b>X3 (тыс.руб./чел.)</b>	4,4	3,3	6,05	12,1	19,25	4,95	1,815	12,1	17,05	24,2	13,75	22,55	36,3	39,05	15,4	25,85	31,35	19,8	39,05	9,9
<b>Y (тыс.руб./чел.)</b>	144,06	128,91	172,3	326,5	432,5	182,9	137,6	285,6	476,9	675,36	394,49	651,96	655,03	541,5	676,56	533,66	692,53	451,4	861,944	254,1

<b>Вариант 6</b>																				
<b>№ наблюд.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>X1 (тыс.руб./чел.)</b>	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
<b>X2 (тыс.руб./чел.)</b>	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
<b>X3 (тыс.руб./чел.)</b>	4,4	3,3	6,05	12,1	19,25	4,95	1,815	12,1	17,05	24,2	13,75	22,55	36,3	39,05	15,4	25,85	31,35	19,8	39,05	9,9
<b>Y (тыс.руб./чел.)</b>	164,43	148,6	197,3	369,8	488,8	210,4	160,9	324,4	544,6	767,14	449,92	748,24	728,14	592,7	783,93	598,88	777,32	506,8	971,487	288,8

<b>Вариант 7</b>																				
<b>№ наблюд.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>X1 (тыс.руб./чел.)</b>	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
<b>X2 (тыс.руб./чел.)</b>	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
<b>X3 (тыс.руб./чел.)</b>	4,4	3,3	6,05	12,1	19,25	4,95	1,815	12,1	17,05	24,2	13,75	22,55	36,3	39,05	15,4	25,85	31,35	19,8	39,05	9,9
<b>Y (тыс.руб./чел.)</b>	184,8	168,3	222,3	413,1	545,1	237,9	184,3	363,2	612,3	858,92	505,36	844,51	801,25	643,8	891,29	664,1	862,1	562,1	1081,03	323,4

Вариант 8																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4,4	3,3	6,05	12,1	19,25	4,95	1,815	12,1	17,05	24,2	13,75	22,55	36,3	39,05	15,4	25,85	31,35	19,8	39,05	9,9
Y (тыс.руб./чел.)	205,17	187,99	247,2	456,4	601,4	265,4	207,6	401,9	679,9	950,7	560,8	940,79	874,36	695	998,66	729,32	946,89	617,4	1190,57	358,1

Вариант 9																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4,4	3,3	6,05	12,1	19,25	4,95	1,815	12,1	17,05	24,2	13,75	22,55	36,3	39,05	15,4	25,85	31,35	19,8	39,05	9,9
Y (тыс.руб./чел.)	225,54	207,68	272,2	499,7	657,6	292,9	231	440,7	747,6	1042,5	616,23	1037,1	947,46	746,1	1106	794,54	1031,7	672,7	1300,12	392,7

Вариант 10																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4,4	3,3	6,05	12,1	19,25	4,95	1,815	12,1	17,05	24,2	13,75	22,55	36,3	39,05	15,4	25,85	31,35	19,8	39,05	9,9
Y (тыс.руб./чел.)	256,41	239,01	312,3	567,9	747,2	337,7	270,4	502,9	861,3	1194,2	707,98	1204,3	1053,2	808,8	1298,5	894,74	1163,1	756,8	1475,6	447,7

Вариант 11																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	3,6	2,7	4,95	9,9	15,75	4,05	1,485	9,9	13,95	19,8	11,25	18,45	29,7	31,95	12,6	21,15	25,65	16,2	31,95	8,1
Y (тыс.руб./чел.)	154,77	145,79	176,3	297,6	374,5	193,7	166,8	262,9	435,2	589,36	364,19	598,09	500,24	376,2	657,22	437,77	561,8	378,5	706,712	239,5



Вариант 12																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	3,6	2,7	4,95	9,9	15,75	4,05	1,485	9,9	13,95	19,8	11,25	18,45	29,7	31,95	12,6	21,15	25,65	16,2	31,95	8,1
Y (тыс.руб./чел.)	167,16	157,77	190,5	320,8	403,4	209,6	180,9	283,5	469,9	635,58	393,18	646,65	536,01	400,8	712,1	470,52	603,83	406,9	760,444	258,4

Вариант 13																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	3,6	2,7	4,95	9,9	15,75	4,05	1,485	9,9	13,95	19,8	11,25	18,45	29,7	31,95	12,6	21,15	25,65	16,2	31,95	8,1
Y (тыс.руб./чел.)	188,58	178,19	216,7	367,1	463,8	238,2	204,7	324,8	541,4	733,35	451,81	747,64	617,2	459,9	823,28	541,5	696,1	467,1	878,774	295,2

Вариант 14																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	3,6	2,7	4,95	9,9	15,75	4,05	1,485	9,9	13,95	19,8	11,25	18,45	29,7	31,95	12,6	21,15	25,65	16,2	31,95	8,1
Y (тыс.руб./чел.)	211,89	199,92	245,1	418,7	531,8	268,9	229,3	370,5	619,7	841,92	516,17	857,12	712,95	533,5	941,32	622,84	801,83	535,9	1012,92	335,9

Вариант 15																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	3,6	2,7	4,95	9,9	15,75	4,05	1,485	9,9	13,95	19,8	11,25	18,45	29,7	31,95	12,6	21,15	25,65	16,2	31,95	8,1
Y (тыс.руб./чел.)	266,7	256,57	318,8	544,9	699,4	351,6	302	486,5	836,2	1130,3	689,47	1179,4	906,6	641,6	1314,8	809,14	1047,4	691	1344,87	437,7

Вариант 16																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	3,6	2,7	4,95	9,9	15,75	4,05	1,485	9,9	13,95	19,8	11,25	18,45	29,7	31,95	12,6	21,15	25,65	16,2	31,95	8,1
Y (тыс.руб./чел.)	277,2	266,27	327,7	555,7	708,9	361,8	312,7	495,5	846	1141,2	699,67	1188,6	916,4	650,6	1325,7	818,94	1057,9	701,7	1354,77	447,3

Вариант 17																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	3,6	2,7	4,95	9,9	15,75	4,05	1,485	9,9	13,95	19,8	11,25	18,45	29,7	31,95	12,6	21,15	25,65	16,2	31,95	8,1
Y (тыс.руб./чел.)	214,2	208,07	274,3	490,9	651,9	300,6	248,5	441,5	787,2	1075,8	638,47	1133,4	857,6	596,6	1260,3	760,14	994,93	637,5	1295,37	389,7

Вариант 18																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	3,6	2,7	4,95	9,9	15,75	4,05	1,485	9,9	13,95	19,8	11,25	18,45	29,7	31,95	12,6	21,15	25,65	16,2	31,95	8,1
Y (тыс.руб./чел.)	287,7	275,97	336,6	566,5	718,4	372	323,4	504,5	855,8	1152,1	709,87	1197,8	926,2	659,6	1336,6	828,74	1068,4	712,4	1364,67	456,9

Вариант 19																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	3,6	2,7	4,95	9,9	15,75	4,05	1,485	9,9	13,95	19,8	11,25	18,45	29,7	31,95	12,6	21,15	25,65	16,2	31,95	8,1
Y (тыс.руб./чел.)	271,95	261,42	323,3	550,3	704,2	356,7	307,4	491	841,1	1135,8	694,57	1184	911,5	646,1	1320,2	814,04	1052,7	696,4	1349,82	442,5

Вариант 20																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
Y (тыс.руб./чел.)	225,75	217,28	286,1	514,1	681,6	312,6	256,5	460,8	814,9	1117,3	662,69	1166,3	911,01	649	1288,6	799,58	1045,1	671,7	1353,03	407,4

Вариант 21																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
Y (тыс.руб./чел.)	288,75	275,48	339,5	578,9	738,6	373,8	320,7	514,8	873,7	1182,7	723,89	1221,5	969,81	703	1354	858,38	1108,1	735,9	1412,43	465

Вариант 22																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
Y (тыс.руб./чел.)	309,75	294,88	357,3	600,5	757,6	394,2	342,1	532,8	893,3	1204,5	744,29	1239,9	989,41	721	1375,8	877,98	1129,1	757,3	1432,23	484,2

Вариант 23																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
Y (тыс.руб./чел.)	225,75	217,28	286,1	514,1	681,6	312,6	256,5	460,8	814,9	1117,3	662,69	1166,3	911,01	649	1288,6	799,58	1045,1	671,7	1353,03	407,4

Вариант 24																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
Y (тыс.руб./чел.)	246,75	236,68	303,9	535,7	700,6	333	277,9	478,8	834,5	1139,1	683,09	1184,7	930,61	667	1310,4	819,18	1066,1	693,1	1372,83	426,6

Вариант 25																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
Y (тыс.руб./чел.)	204,75	197,88	268,3	492,5	662,6	292,2	235,1	442,8	795,3	1095,5	642,29	1147,9	891,41	631	1266,8	779,98	1024,1	650,3	1333,23	388,2

Вариант 26																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
Y (тыс.руб./чел.)	257,25	246,38	312,8	546,5	710,1	343,2	288,6	487,8	844,3	1150	693,29	1193,9	940,41	676	1321,3	828,98	1076,6	703,8	1382,73	436,2

Вариант 27																				
№ наблюд.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1 (тыс.руб./чел.)	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
X2 (тыс.руб./чел.)	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
X3 (тыс.руб./чел.)	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
Y (тыс.руб./чел.)	267,75	256,08	321,7	557,3	719,6	353,4	299,3	496,8	854,1	1160,9	703,49	1203,1	950,21	685	1332,2	838,78	1087,1	714,5	1392,63	445,8

<b>Вариант 28</b>																				
<b>№ наблюд.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>X1 (тыс.руб./чел.)</b>	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
<b>X2 (тыс.руб./чел.)</b>	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
<b>X3 (тыс.руб./чел.)</b>	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
<b>Y (тыс.руб./чел.)</b>	239,4	229,89	297,7	528,1	694	325,9	270,4	472,5	827,6	1131,4	675,95	1178,2	923,75	660,7	1302,8	812,32	1058,7	685,7	1365,9	419,9

<b>Вариант 29</b>																				
<b>№ наблюд.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>X1 (тыс.руб./чел.)</b>	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
<b>X2 (тыс.руб./чел.)</b>	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
<b>X3 (тыс.руб./чел.)</b>	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
<b>Y (тыс.руб./чел.)</b>	315	299,73	361,8	605,9	762,4	399,3	347,5	537,3	898,2	1209,9	749,39	1244,5	994,31	725,5	1381,2	882,88	1134,3	762,7	1437,18	489

<b>Вариант 30</b>																				
<b>№ наблюд.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b>X1 (тыс.руб./чел.)</b>	30	32	37	55	65	33	35	40	69	77	65	80	63	41	95	71	67	45	79	34
<b>X2 (тыс.руб./чел.)</b>	100	120	170	230	350	170	150	260	470	550	356	771	333	128	781	357	444	269	666	212
<b>X3 (тыс.руб./чел.)</b>	4	3	5,5	11	17,5	4,5	1,65	11	15,5	22	12,5	20,5	33	35,5	14	23,5	28,5	18	35,5	9
<b>Y (тыс.руб./чел.)</b>	299,25	285,18	348,4	589,7	748,1	384	331,4	523,8	883,5	1193,6	734,09	1230,7	979,61	712	1364,9	868,18	1118,6	746,6	1422,33	474,6

Лабораторная работа № 2

исследовательского характера с рассмотрением конкретных ситуаций по темам:

**Тема 1.** Линейная модель множественной регрессии и ее характеристики.

**Тема 2.** Метод наименьших квадратов (МНК) и свойства оценок параметров, найденных с его помощью.

**Тема 3.** Линейные регрессионные модели с гетероскедастичными остатками.

**Тема 4.** Линейные регрессионные модели с автокорреляционными остатками.

**Тема 5.** Мультиколлинеарность факторных переменных.

**Тема 6.** Нелинейные модели регрессии и способы их линеаризации.

**Тема 7.** Модели стационарных и нестационарных временных рядов, их идентификация

Задан вид уравнения регрессии (1), предположительно описывающий взаимосвязь функции  $Y(t)$  с факторами  $X_1(t)$  и  $X_2(t)$ . В Приложении 2 приведены варианты изменения во времени функции  $Y(t)$  и факторов  $X_1(t)$  и  $X_2(t)$ .

$$Y(t) = A(t) + \frac{b_1}{X_1(t)} + b_2 \cdot X_2^{2/3}(t); \quad (1)$$

$$\text{где } A(t) = a_0 - b_0 \cdot t; \quad (2)$$

$Y(t)$  – ставка процента рефинансирования Центробанка;

$X_1(t)$  – уровень безработицы, в %;

$X_2(t)$  – уровень инфляции, в %.

Необходимо выполнить следующие пункты задания:

1. Описать кратко постановку задачи.

2. Проверить наличие аномальных наблюдений **методом Ирвина**.

Данный метод предполагает использование формулы

$$\lambda_t = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\sigma_y}; \quad t = 1, 2, \dots, n,$$

где  $\sigma_y$  – среднеквадратическое отклонение;

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}{n-1}}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{t=1}^n y_t}{n},$$

где  $N$  – число уровней ряда.

Расчетные значения сравниваются с табличными значениями критерия Ирвина  $\lambda_{\text{таб}}$ . Например, для уровня значимости  $\alpha=0,05$  (т.е. с 5%-ной ошибкой) приведены в таблице:

n	2	3	10	20	30	50	100
$\lambda_{\text{таб}}$	2,8	2,3	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0

Если  $\lambda_{\text{таб}} > \lambda_{\text{табл}}$ , то соответствующее значение  $y_t$  уровня ряда считается аномальным. Если аномальность вызвана ошибкой технического характера, то уровень заменяется средним арифметическим, рассчитанным по уравнению взаимосвязи. Устойчивость характеризует преобладание закономерности над случайностью в изменении уровней ряда. Это очень хорошо прослеживается на графиках рядов. Если на графике ряд неустойчивый, хаотичный, то искать закономерность в формировании ряда не имеет смысла.

1. Привести исходное нелинейное уравнение регрессии к линейному виду путем **замены переменных**

$$[Z_1(t) = \frac{1}{X_1(t)}; \quad Z_2(t) = X_2^{2/3}(t)]$$

и заменой  $A(t)$  выражением (2).

2. Используя возможности ТР EXCEL, подобрать оптимальный вид **линии тренда** для зависимостей  $Z_1(t)$ ;  $Z_2(t)$ ;  $Y(t)$ . В качестве критерия отбора использовать, с одной стороны, величину коэффициента детерминации  $R^2$ , а с другой стороны, сохранение вида линии тренда, отражающего общую тенденцию изменения исследуемой зависимости. В отчете привести соответствующие графики.

Одним из наиболее распространенных способов моделирования тенденции временного ряда является построение аналитической функции, характеризующей зависимость уровней ряда от времени или тренда. Этот способ называют аналитическим выравниванием временного ряда.

Трендовые модели используются для выявления статистически устойчивой тенденции изменения уровней временного ряда. Нахождение трендовой модели временного ряда обычно включает три этапа:

а) выбор типа кривой, соответствующей характеру изменения уровней ряда;

б) определение числовых значений параметров выбранной кривой;

в) оценка качества подобранной модели ряда.

Поскольку зависимость от времени может принимать разные формы, для ее формализации можно использовать различные виды функций. Для построения трендов чаще всего применяются следующие функции:

- линейный тренд:  $y_t = a + b*t$ ;
- гипербола:  $y_t = a + b/t$ ;
- экспоненциальный тренд:  $y_t = e^{a+b*t}$
- тренд в форме степенной функции  $y_t = a * t^b$ ;
- парабола второго и более высоких порядков

$$y_t = a + b_1*t + b_2*t^2 + \dots + b_k*t^k$$

Параметры каждого из перечисленных выше трендов можно определить обычным МНК, используя в качестве независимой переменной время  $t = 1, 2, \dots, n$ , а в качестве зависимой переменной – фактические уровни временного ряда  $y$ . Для нелинейных трендов предварительно проводят стандартную процедуру их линеаризации.

Существует несколько способов определения типа тенденции. К числу наиболее распространенных способов относятся качественный анализ изучаемого процесса, построение и визуальный анализ графика зависимости уровней ряда от времени, расчет некоторых основных показателей динамики. В этих же целях можно использовать и коэффициенты автокорреляции уровней ряда. Тип тенденции можно определить путем сравнения коэффициентов автокорреляции первого порядка, рассчитанных по исходным и преобразованным уровням ряда. Если временной ряд имеет линейную тенденцию, то его соседние уровни  $y_t$  и  $y_{t-1}$  тесно коррелируют. В этом случае коэффициент автокорреляции первого порядка уровней исходного ряда должен быть высоким. Если временной ряд содержит нелинейную тенденцию, например, в форме экспоненты, то коэффициент автокорреляции первого порядка по логарифмам уровней исходного ряда будет выше, чем соответствующий коэффициент, рассчитанный по уровням ряда. Чем сильнее выражена нелинейная тенденция в изучаемом временном ряде, тем в большей степени будут различаться значения указанных коэффициентов.

Выбор наилучшего уравнения в случае, если ряд содержит нелинейную тенденцию, можно осуществить путем перебора основных форм тренда, расчета по каждому уравнению скорректированного коэффициента детерминации  $R^2$  и выбора уравнения тренда с максимальным значением скорректированного коэффициента детерминации. Реализация этого метода относительно



проста при компьютерной обработке данных.

В некоторых случаях эффективно применение в качестве трендовых моделей ортогональных полиномов, например, полиномов Чебышева:

$$y_t = a_0 + b_1 \varphi_1(t) + b_2 \varphi_2(t) + \dots + b_n \varphi_n(t),$$

где  $\varphi_i(t)$  – функции Чебышева, вид данных функций приведен в математических справочниках.

Достоинством ортогональных полиномов является отсутствие необходимости пересчета коэффициентов при добавлении новых слагаемых с целью повышения точности отражения моделью исследуемого процесса. К недостатку данного подхода можно отнести сложность экономической интерпретации вида получаемого полинома. В то же время степенной полином дает возможность интерпретировать в экономических понятиях коэффициенты данного полинома.

3. Сделать прогноз на величину  $1/3$  от периода  $t=(1-20)$  значений  $Z_1; Z_2; Y$ , используя выбранный тренд и применяя соответствующие функции ТР EXCEL.

4. Проверить наличие мультиколлинеарности между факторами.

**Мультиколлинеарность** – это коррелированность двух или нескольких факторных (объясняющих) переменных в уравнении регрессии. Проблема мультиколлинеарности возникает только для случая множественной регрессии, поскольку в парной регрессии лишь одна объясняющая переменная. Оценка коэффициента регрессии может оказаться незначимой не только в связи с несущественностью данного фактора, но и из-за того, что трудно разграничить воздействие на зависимую переменную двух или нескольких факторов. Это бывает в том случае, когда какие-то факторы линейно связаны между собой (коррелированы) и меняются синхронно. Связь зависимой переменной с изменениями каждого из них можно определить, только если в число объясняющих переменных включается лишь один из этих факторов.

Нагляднее всего природу мультиколлинеарности можно продемонстрировать на примере совершенной мультиколлинеарности, т.е. строгой линейной связи между объясняющими переменными. Например, если в уравнении

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \varepsilon$$

объясняющие переменные  $x_1$  и  $x_2$  связаны линейным соотношением  $x_2 = \lambda \cdot x_1$ , то исходное уравнение сводится к уравнению простой линейной регрессии

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot \lambda \cdot x_1 + \varepsilon = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2 \cdot \lambda) \cdot x_1 + \varepsilon = \beta_0 + \beta_1' \cdot x_1 + \varepsilon,$$

из которого могут быть получены оценки коэффициентов  $\beta_0$  и  $\beta_1$ . Последнее уравнение – это уравнение с двумя неизвестными  $\beta_1$  и  $\beta_2$ . Следовательно, не представляется возможным найти единственно правильные значения данных коэффициентов.

Таким образом, совершенная мультиколлинеарность не позволяет определить коэффициенты регрессии (в данном примере  $\beta_1$  и  $\beta_2$ ) и разделить вклады переменных  $x_1$  и  $x_2$  в объяснение поведения переменной  $y$ .

Несовершенная мультиколлинеарность, т.е. стохастическая связь переменных  $x_1$  и  $x_2$ , характеризуется величиной коэффициента корреляции  $r_{x_1, x_2}$  между ними. Значение данного коэффициента корреляции находится по формуле:

$$r_{x_1, x_2} = \frac{Cov(x_1, x_2)}{\sqrt{Var(x_1) \times Var(x_2)}}.$$

Чем ближе по абсолютной величине значение коэффициента корреляции к единице, тем ближе мультиколлинеарность к совершенной, и тем труднее разделить влияния объясняющих переменных  $x_1$  и  $x_2$  на поведение переменной  $y$  и значит менее надежными будут оценки коэффициентов регрессии при этих переменных. Считается, что предельным является значение коэффициента корреляции между двумя факторами, равное 0,7–0,8.

Мультиколлинеарность обычно приводит к вырождению матрицы переменных и, следовательно, к тому, что главный определитель уменьшает свое значение, в пределе становится близок к нулю. Оценки коэффициентов уравнения регрессии становятся сильно зависимыми от точности нахождения исходных данных и резко изменяют свои значения при изменении количества наблюдений.

5. Определить параметры линейного уравнения регрессии, используя замену переменных.

6. Проверить статистическую значимость уравнения в целом и отдельных коэффициентов уравнения регрессии.

7. Проверить отсутствие **гетероскедастичности и автокорреляции** остатков, адекватность и точность уравнения регрессии.

Для этих целей использовать следующие теоретические положения. Дисперсия случайного члена уравнения регрессии в каждом наблюдении должна быть постоянной. Фактически случайный член уравнения регрессии в каждом наблюдении имеет только одно значение. Под понятием «дисперсия» имеется в виду его возможное поведение до того, как сделана выборка.

Когда записывается модель вида:

$$y_i = a_0 + b_1 \cdot x_i + u_i,$$

условия случайности указывают, что случайные члены  $u_1, u_2, \dots, u_n$  в  $n$  наблюдениях появляются на основе вероятностных распределений, имеющих нулевое математическое ожидание и одну и ту же дисперсию. Их фактические значения в выборке иногда будут положительными, иногда – отрицательными, иногда – относительно далекими от нуля, иногда – относительно близкими к нулю, но нет причин заранее ожидать появления особенно больших отклонений в любом данном наблюдении. Другими словами, вероятность того, что величина  $u$  примет какое-то данное положительное (или отрицательное) значение, будет одинаковой для всех наблюдений. Это условие известно как *гомоскедастичность*, что означает «одинаковый разброс» [14; 26].

Для некоторых выборок, видимо, более целесообразно предположить, что теоретическое распределение случайного члена является разным для различных наблюдений в выборке. На правой половине рис. 3.1 дисперсия величины  $u_i$  увеличивается по мере продолжения выборочных наблюдений. Это не означает, что случайный член обязательно будет иметь особенно большие (положительные или отрицательные) значения в конце выборки, но это значит, что априорная вероятность получения сильно отклоненных величин будет относительно высока. Это пример *гетероскедастичности*, что означает «неодинаковый разброс» [14].

Следует иметь в виду, что гетероскедастичность не обязательно относится к типу, показанному на рис. 3.1. Данное понятие относится к любому случаю, в котором дисперсия вероятностного распределения случайного члена различна для разных наблюдений.

Наличие гетероскедастичности имеет существенное значение. Это объясняется двумя причинами. Первая причина касается дисперсии оценок параметров  $a$  и  $b$  в уравнении регрессии. Желательно, чтобы она была как можно меньше, что в вероятностном смысле обеспечивает максимальную точность. При отсутствии гетероскедастичности обычные коэффициенты регрессии имеют наиболее низкую дисперсию среди всех несмещенных оценок, являющихся линейными функциями от наблюдений  $y$  [14]. Если имеет место гетероскедастичность, то оценки параметров уравнения регрессии, полученных с помощью метода наименьших квадратов, неэффективны. Можно найти другие оценки, которые имеют меньшую дисперсию и, тем не менее, являются несмещенными.

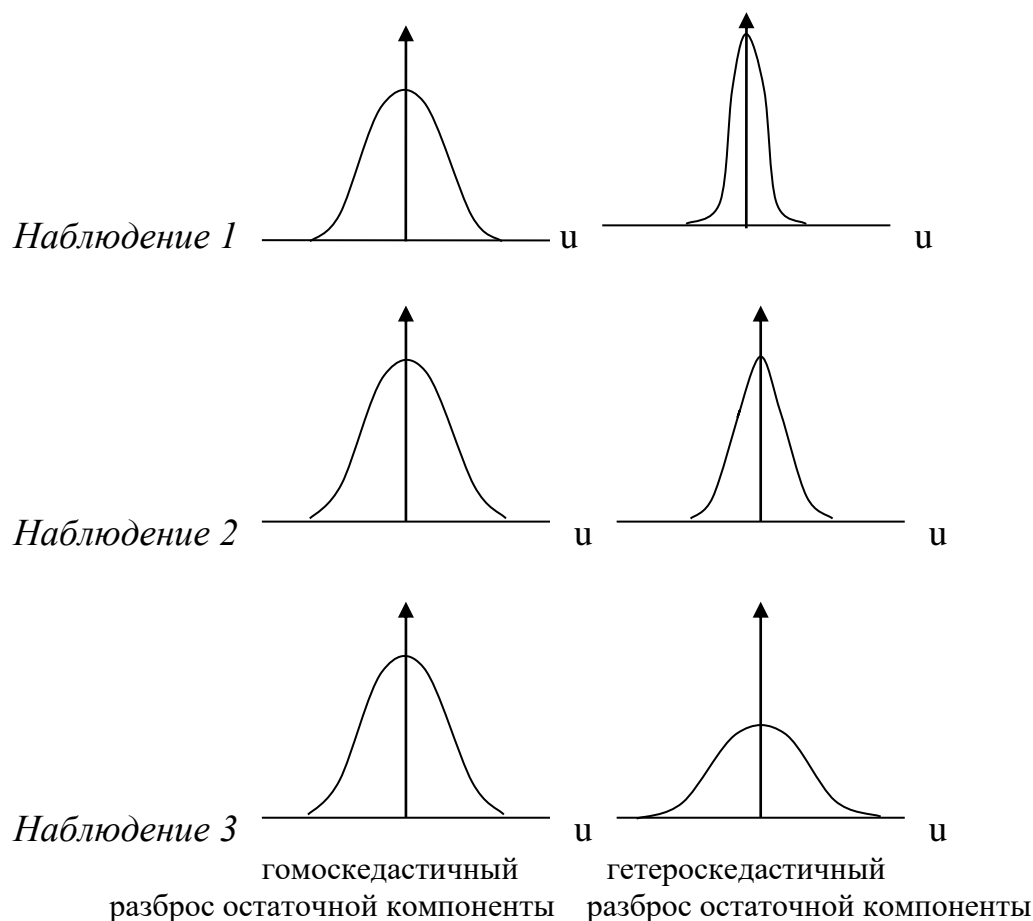


Рис. 3.1. Различия между графиками  $p=f(u_i)$  распределения случайной компоненты  $u_i$  в уравнении регрессии для гомоскедастичного и гетероскедастичного случая

Вторая причина заключается в том, что сделанные оценки стандартных ошибок коэффициентов регрессии будут неверны. Они вычисляются на основе предположения о том, что распределение случайного члена гомоскедастично. Так как распределение случайного члена гетероскедастично, то оценки стандартных ошибок коэффициентов регрессии будут занижены, а  $t$ -статистика – завышена, и будет получено неправильное представление о точности оценки уравнения регрессии.

Гетероскедастичность становится проблемой, когда значения переменных в уравнении регрессии значительно различаются в разных наблюдениях. Если истинная зависимость описывается уравнением вида:  $Y_i = a_0 + a_1X_{i1} + a_2X_{i2} + \dots + a_pX_{ip}$ , то изменения значений, не включенных переменных, и ошибки измерения, влияя на случайный член, делают его сравнительно малым при малых  $u$  и  $x$  и сравнительно большим при больших значениях  $u$  и  $x$ . В этом случае экономические переменные часто совместно меняют свой масштаб.

Гетероскедастичность может также появляться при анализе

временных рядов. Если наблюдения, используемые для построения регрессии вида (3.4), представляют собой данные временного ряда и, если  $x$  и  $y$  увеличиваются со временем, то может случиться, что и дисперсия случайного члена со временем тоже будет расти.

К настоящему времени для обнаружения гетероскедастичности предложено большое число тестов. Рассмотрим **тест ранговой корреляции Спирмена**.

При выполнении теста ранговой корреляции Спирмена предполагается, что дисперсия случайного члена будет либо увеличиваться, либо уменьшаться по мере увеличения  $x$ , и поэтому в регрессии, оцениваемой с помощью метода наименьших квадратов, абсолютные величины остатков и значения  $x$  будут коррелированы.

Для оценки существенности этого явления данные по  $x_i$  и остатки  $|e_i|$  упорядочиваются по возрастанию, и определяется коэффициент ранговой корреляции по формуле:

$$r_{x,|e|} = 1 - \frac{6 \cdot \sum_{i=1}^n DR_i^2}{n \cdot (n^2 - 1)},$$

где  $DR_i$  – разность между рангом (номером места в упорядоченной по возрастанию совокупности)  $x_i$  и рангом (номером места в упорядоченной по возрастанию совокупности)  $|e_i|$ .

Если предположить, что коэффициент корреляции для генеральной совокупности равен нулю, то коэффициент ранговой корреляции имеет нормальное распределение с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией в больших выборках:

$$\sigma^2_{rx|e|} = 1/(n-1),$$

а расчетный  $t$ -критерий Стьюдента находится по формуле:

$$t_p = r_{x,|e|} \cdot \sqrt{n-1}.$$

При использовании двустороннего критерия нулевая гипотеза об отсутствии гетероскедастичности будет отклонена при уровне значимости в 5%, если она превысит 1,96, и при уровне значимости в 1%, если она превысит 2,58. Если в модели регрессии имеется более одной объясняющей переменной, то проверка гипотезы должна выполняться с использованием наиболее значимой из них, в качестве которой выбирается переменная с наибольшей силой влияния на объясняемую переменную.

В частном случае автокорреляция случайной составляющей подчиняется авторегрессионной схеме первого порядка:

$$u_t = \rho \cdot u_{t-1} + \varepsilon_t.$$

Это означает, что величина случайного члена в любом наблюдении равна его значению в предшествующем наблюдении (т.е. его значению в период  $t-1$ ), умноженному на  $\rho$ , плюс новый  $\varepsilon_t$ . Данная схема называется:

- авторегрессионной, поскольку  $u_t$  определяется значениями этой же самой величины с запаздыванием;
- схемой первого порядка, т.к. максимальное запаздывание равно единице.

Предполагается, что значение  $\varepsilon_t$  в каждом наблюдении не зависит от его значений во всех других наблюдениях. При этом, если  $\rho$  положительно, то автокорреляция положительная, если  $\rho$  отрицательно, то автокорреляция отрицательная. Если  $\rho = 0$ , то автокорреляция отсутствует.

Т.к. значения случайного члена неизвестны, поэтому нельзя оценить регрессию непосредственно. Однако для конечной выборки можно оценивать  $\rho$  путем нахождения регрессионной зависимости между остаточными компонентами  $e_t$  от  $e_{t-1}$  с использованием обычного МНК. При этом оценка  $\rho$  определяется по формуле:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(e_{t-1}, e_t)}{\text{Var}(e_{t-1})}.$$

Так как среднее значение остатков  $\bar{e}_{t-1}$ ;  $\bar{e}_t$  будут близки к нулю, если выборка достаточно велика, то  $\text{Cov}(e_t, e_{t-1})$  и  $\text{Var}(e_{t-1})$  будут аппроксимироваться выражениями  $\frac{1}{T-1} \sum e_{t-1} \cdot e_t$  и  $\frac{1}{T-1} \sum e_{t-1}^2$ , соответственно.

Кроме того,  $\sum e_{t-1}^2$  будет приблизительно равно  $\sum e_t^2$ . Следовательно, можно записать:

$$\rho = \frac{\text{Cov}(e_{t-1}, e_t)}{\text{Var}(e_{t-1})} \approx \frac{\sum e_{t-1} \cdot e_t}{\sum e_t^2}.$$

Однако при использовании формулы (3.17) для оценки существования автокорреляции случайной компоненты не решается вопрос о возможности распространения полученных результатов на исследуемую генеральную совокупность данных. В связи с этим на практике для оценки автокорреляции остаточной компоненты обычно используется **d-критерий Дарбина-Уотсона**, который находится по формуле:

$$d_p = \frac{\sum_{t=t_2}^T (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=t_1}^T e_t^2} .$$

При больших выборках справедливо соотношение:

$$d_p \approx 2 - 2 \cdot \rho .$$

Если автокорреляция отсутствует, то  $\rho = 0$ , а величина  $d_p$  должна быть близкой к двум. При наличии положительной автокорреляции величина  $d_p$  будет меньше двух. При отрицательной автокорреляции  $d_p > 2$ . Так как величина  $\rho$  находится между значениями  $-1$  и  $+1$ , то  $d_p$ , согласно формуле (3.19) должно иметь значения в диапазоне от 0 до 4.

В соответствии с тестом Дарбина–Уотсона критическое значение  $d_{крит}$  при любом заданном уровне значимости зависит от числа объясняющих переменных в уравнении регрессии и от количества наблюдений в выборке [14]. Кроме того, оно также зависит от конкретных значений, принимаемых объясняющими переменными. Поэтому невозможно составить таблицу с указанием точных критических значений для всех возможных выборок, как это можно сделать для  $t$ - и  $F$ -статистик, но можно вычислить верхнюю и нижнюю границы для критического значения  $d_{крит}$ . Для положительной автокорреляции они обычно обозначаются, как и  $d_L$ ,  $d_U$ .

На рис. 3.2 данная ситуация представлена в виде схемы. Если определить значение  $d_{крит}$ , то можно сравнить с ним значение  $d_p$ , рассчитанное для изучаемой регрессии. Если окажется, что  $d_p \geq d_{крит}$ , то нельзя отклонить нулевую гипотезу об отсутствии автокорреляции. В случае  $d_p \leq d_{крит}$  нулевая гипотеза отклоняется и делается вывод о наличии положительной автокорреляции. Однако известно, что  $d_{крит}$  находится между  $d_L$  и  $d_U$ . Согласно рис. 3.2 это предполагает наличие трех возможностей:

1) Величина  $d_{p1}$  меньше, чем  $d_L$ . В этом случае она будет также меньше, чем  $d_{крит}$ , и поэтому делается вывод о наличии положительной автокорреляции.

2) Величина  $d_{p2}$  больше, чем  $d_U$ . В этом случае она также больше критического уровня, следовательно, нельзя отклонить нулевую гипотезу.

3) Величина  $d_{p3}$  находится между  $d_L$  и  $d_U$ . В этом случае она может быть больше или меньше критического уровня. Поскольку нельзя определить, какая из двух возможностей налицо, нельзя

ни отклонить, ни принять нулевую гипотезу.

В случаях 1 и 2 тест Дарбина–Уотсона дает определенный ответ, но случай 3 относится к зоне невозможности принятия решения, что требует дополнительных исследований. Чем больше число наблюдений, тем уже зона неопределенности, представленная отрезком между  $d_L$  и  $d_U$ .

Проверка на отрицательную автокорреляцию проводится по аналогичной схеме, причем зона, содержащая критический уровень, расположена симметрично, справа от цифры 2 на рис. 3.2. Так как отрицательная автокорреляция встречается сравнительно редко, предполагается, что при необходимости вычисление границы зоны производится на основе соответствующих значений для положительной автокорреляции при данном числе наблюдений и количестве объясняющих переменных. Поэтому для расчетов достаточно пересчитать значение  $d_p$  по формуле:

$$d'_p = 4 - d_p.$$

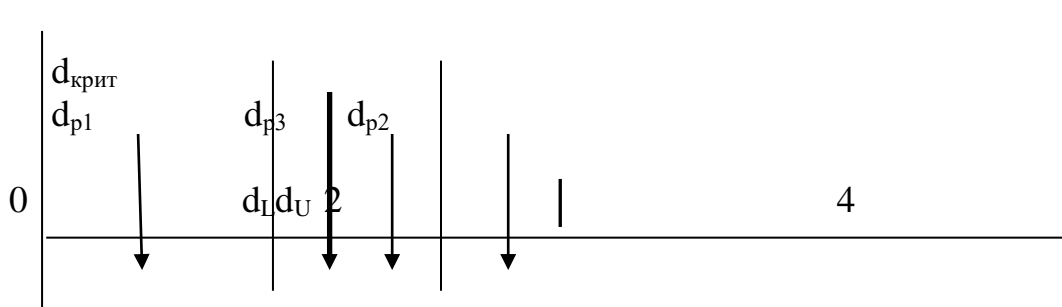


Рис. 3.2. Схема проведения теста Дарбина–Уотсона на автокорреляцию в остаточной компоненте при предполагаемой положительной корреляции

Значение  $d'_p$  используется в качестве расчетного для оценки наличия или отсутствия автокорреляции между значениями случайной составляющей в уравнении регрессии.

8. Сделать прогноз на величину  $1/3$  от периода  $t=(1-20)$  значений  $Y$ , используя найденное уравнение регрессии и прогнозные значения  $Z_1; Z_2$ . Сравнить полученные результаты с найденным (п.4.) значением  $Y$ .

9. Составить отчет по выполненной работе, в котором дать постановку задачи, алгоритмы выполняемых вычислений и по каждому пункту задания дать объяснения и выводы.



**Приложение 4**

**Исходные данные для определения параметров нестационарного нелинейного уравнения регрессии**

**Y(t) - ставка процента рефинансирования Центробанка;**

**X<sub>1</sub>(t) - уровень безработицы в %;**

**X<sub>2</sub>(t) - уровень инфляции в %.**

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
X1	20	20	18	16	19	16	14	17	13	11	12	11	9	7	8	6	4	6	3	4
X2	45	25	30	30	25	25	15	12	14	15	12	15	17	18	19	20	24	12	8	6
Y1	28,03	23,91	24,80	24,19	22,96	22,37	19,62	18,98	18,74	20,70	18,35	18,83	21,53	20,15	19,93	21,88	21,53	17,65	18,42	16,26
Y2	30,83	26,30	27,28	26,61	25,25	24,61	21,58	20,87	20,61	22,77	20,18	20,72	23,68	22,17	21,93	24,07	23,68	19,41	20,26	17,89
Y3	33,63	28,69	29,76	29,03	27,55	26,85	23,54	22,77	22,49	24,85	22,02	22,60	25,83	24,18	23,92	26,26	25,84	21,18	22,10	19,52
Y4	36,43	31,09	32,23	31,45	29,85	29,09	25,50	24,67	24,36	26,92	23,85	24,48	27,99	26,20	25,91	28,45	27,99	22,94	23,94	21,14
Y5	37,84	32,28	33,47	32,66	30,99	30,21	26,48	25,62	25,30	27,95	24,77	25,43	29,06	27,21	26,91	29,54	29,06	23,82	24,86	21,95
Y6	39,24	33,48	34,71	33,87	32,14	31,32	27,47	26,57	26,24	28,99	25,69	26,37	30,14	28,22	27,91	30,64	30,14	24,71	25,78	22,77
Y7	40,64	34,67	35,95	35,08	33,29	32,44	28,45	27,52	27,17	30,02	26,60	27,31	31,22	29,22	28,90	31,73	31,22	25,59	26,70	23,58
Y8	42,04	35,87	37,19	36,29	34,44	33,56	29,43	28,47	28,11	31,06	27,52	28,25	32,29	30,23	29,90	32,82	32,29	26,47	27,63	24,39
Y9	43,44	37,06	38,43	37,50	35,58	34,68	30,41	29,41	29,05	32,09	28,44	29,19	33,37	31,24	30,90	33,92	33,37	27,35	28,55	25,21
Y10	44,84	38,26	39,67	38,71	36,73	35,80	31,39	30,36	29,98	33,13	29,36	30,13	34,44	32,25	31,89	35,01	34,45	28,23	29,47	26,02
Y11	26,63	22,72	23,56	22,98	21,81	21,26	18,64	18,03	17,80	19,67	17,43	17,89	20,45	19,15	18,94	20,79	20,45	16,76	17,50	15,45
Y12	25,22	21,52	22,32	21,77	20,66	20,14	17,66	17,08	16,87	18,63	16,51	16,95	19,38	18,14	17,94	19,69	19,38	15,88	16,58	14,64
Y13	23,82	20,32	21,08	20,56	19,51	19,02	16,68	16,13	15,93	17,60	15,60	16,01	18,30	17,13	16,94	18,60	18,30	15,00	15,65	13,82
Y14	22,42	19,13	19,84	19,35	18,37	17,90	15,69	15,18	14,99	16,56	14,68	15,07	17,22	16,12	15,95	17,51	17,22	14,12	14,73	13,01
Y15	21,02	17,93	18,60	18,14	17,22	16,78	14,71	14,23	14,05	15,53	13,76	14,13	16,15	15,12	14,95	16,41	16,15	13,23	13,81	12,20

## ПОЛНЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ЭКОНОМЕТРИКЕ (С ОТВЕТАМИ)

- ДЕ-1 Линейная модель множественной регрессии;
- ДЕ-2 Метод наименьших квадратов (МНК);
- ДЕ-3 Оценка качества эконометрической модели;
- ДЕ-4 Нелинейные модели регрессии;
- ДЕ-5 Характеристики временных рядов;
- ДЕ-6 Система линейных одновременных уравнений;
- ДЕ-7 Динамические звенья;
- ДЕ-8 Дополнительные задания (стационарность, лаги, структура временного ряда).

### Задание № 1.

*Вопрос:*

Предметом эконометрики не являются:

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) факторы, формирующие развитие экономических явлений и процессов;
- 2) совокупность различных экономических отношений;
- 3) совокупность организационных форм финансовых отношений в народном хозяйстве;
- 4) экономические отношения между субъектами различных форм собственности

### Задание № 2.

*Вопрос:*

С помощью уравнения регрессии можно  
осуществить . . .

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) процесс принятия управленческих решений;
- 2) прогнозирование и анализ развития макро- и микроэкономических показателей;
- 3) процесс стоимостного распределения общественного продукта;
- 4) оптимальное распределение ресурсов по экономическим объектам;
- 5) учет материальных и денежных ресурсов.

### **Задание № 3.**

*Вопрос:*

Какие методы используют для оценки параметров уравнения регрессии?

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) Метод Ирвина;
- 2) Метод ранговой корреляции Спирмена;
- 3) Методы регрессионного и корреляционного анализа;
- 4) Метод Хилдрета-Лу;
- 5) Методы сканирования и случайного поиска.

### **Задание № 4.**

*Вопрос:*

В отличие от корреляционно-регрессионной зависимости  $y = F(x, \epsilon)$  в функциональной зависимости  $y = f(x) \dots$

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) каждому значению  $X$  соответствует множество значений  $Y$ , распределенных по некоторому закону распределения;
- 2) каждому значению  $X$  соответствует строго определенное значение  $Y$ ;
- 3) каждому значению  $X$  соответствует несколько определенных значений  $Y$ ;
- 4) каждому значению  $Y$  соответствует несколько чисто случайных значений  $X$ .

### **Задание № 5.**

*Вопрос:*

Линия регрессии показывает:

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) как с изменением  $Y$  в среднем изменяется  $X$ ;
- 2) каким образом с изменением  $X$  в среднем изменяется  $Y$ ;
- 3) показывает долю изменения  $Y$ , определяемую изменением включенных в модель факторов;
- 4) показывает долю изменения  $Y$ , определяемую изменением не включенных в модель факторов;
- 5) показывает общую дисперсию  $Y$ , определяемую изменением включенных в модель факторов.

### **Задание № 6.**

*Вопрос:*

Множественную регрессию характеризует...

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) наличие одного факториального признака;
- 2) наличие ряда факториальных признаков.
- 3) отсутствие факториальных признаков.
- 4) наличие множества результирующих признаков.
- 5) отсутствие результирующего признака.

### **Задание № 7.**

*Вопрос:*

Признаком несовместности системы уравнений является случай когда...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) решение одного набора уравнений из системы уравнений не удовлетворяет другим наборам уравнениям из данной системы уравнений;
- 2) число уравнений меньше, чем число неизвестных параметров;
- 3) число уравнений равно числу неизвестных параметров;
- 4) невозможность решения ни одной системы уравнений.

### **Задание № 8.**

*Вопрос:*

При оценке значений параметров уравнения регрессии  $a_j$  используется принцип наименьших квадратов, который утверждает, что...

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) сумма квадратов отклонений теоретических значений результирующего признака от фактических должна быть максимальной;
- 2) наиболее вероятными значениями  $a_j$  будут такие значения, при которых сумма квадратов разностей отклонений теоретических значений результирующего признака от фактических будет равна нулю;
- 3) сумма квадратов отклонений теоретических значений результирующего признака от фактических должна уменьшаться;

4) наиболее вероятными значениями  $a_j$  будут такие значения, при которых разность квадратов отклонений теоретических значений результирующего признака от фактических будет равна нулю;

5) наиболее вероятными значениями  $a_j$  будут такие значения, при которых сумма квадратов разностей отклонений теоретических значений результирующего признака от фактических будет минимальной.

### **Задание № 9.**

*Вопрос:*

Укажите вариант условий, которым должна отвечать случайная компонента  $\varepsilon_i = y_i - y_{расч.}$ , где  $y_i$  – фактическое значение, а  $y_{расч.}$  – теоретическое значение результирующего признака, в генеральной совокупности, чтобы оценки параметров уравнения регрессии, найденные с использованием метода наименьших квадратов, обладали свойствами несмещенности, состоятельности и эффективности.

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону распределения; равенство нулю математического ожидания случайной компоненты; случайность колебаний уровней случайной компоненты; отсутствие автокорреляции между значениями уровней случайной компоненты;

2) случайность колебаний уровней остаточной компоненты; равенство нулю математического ожидания случайной компоненты; наличие автокорреляции значений уровней случайной компоненты; соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону распределения;

3) случайность колебаний уровней остаточной компоненты; равенство математического ожидания случайной компоненты единице;

4) независимость значений уровней случайной компоненты; соответствие распределения случайной компоненты нормальному закону распределения.

### **Задание № 10.**

*Вопрос:*

В каком случае оценки параметров уравнения регрессии, полученные с помощью метода наименьших квадратов, будут несмещенными?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) если оценки имеют наименьшую дисперсию по сравнению с любыми другими оценками данных параметров;
- 2) если дисперсия оценок параметров при росте числа наблюдений постоянна;
- 3) если математическое ожидание случайной компоненты уравнения регрессии равно нулю;
- 4) если дисперсия оценок параметров при росте числа наблюдений увеличивается.

### **Задание № 11.**

*Вопрос:*

В каком случае оценки параметров уравнения регрессии, полученные с помощью метода наименьших квадратов, состоятельны?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) если математическое ожидание оценки не равно его истинному значению;
- 2) если дисперсия оценок параметров при росте наблюдений в выборке стремится к нулю;
- 3) если значения случайной компоненты уравнения регрессии независимы между собой;
- 4) если дисперсия оценок параметров при росте наблюдений в выборке остается постоянной.

### **Задание № 12.**

*Вопрос:*

В каком случае оценки параметров уравнения регрессии, полученные с помощью метода наименьших квадратов, эффективны?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) если значения параметров уравнения регрессии будут такие, при которых сумма квадратов отклонений будет наименьшая;
- 2) если случайная составляющая распределена по нормаль-

ному закону распределения;

3) если оценки параметров имеют наименьшую дисперсию по сравнению с любыми другими оценками данных параметров;

4) если эти оценки параметров уравнения регрессии обеспечивают сумму квадратов отклонений теоретических значений результирующего признака от фактических равной нулю.

### **Задание № 13.**

*Вопрос:*

Если случайная компонента  $\varepsilon_i = y_i - \tilde{y}_i$  в генеральной совокупности имеет нормальный закон распределения, то представляется возможность...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) оценить статистическую значимость полученных результатов с использованием F-критерия Фишера и t-критерия Стьюдента;

2) признать модель точной и адекватной;

3) признать гипотезу о неслучайном характере отклонений уровней ряда от теоретических уровней;

4) заменить линейную модель на нелинейную.

### **Задание № 14.**

*Вопрос:*

Математическая модель признается адекватной в том случае, если...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) остаточная компонента  $\varepsilon_i = y_i - \tilde{y}_i$ ,  $i = 1 \div n$  удовлетворяет любым 3-м условиям, сформулированным в теореме Гаусса-Маркова, и имеется соответствие свойств модели всем свойствам изучаемого объекта или явления;

2) имеется соответствие свойств модели всем свойствам изучаемого объекта или явления;

3) остаточная компонента  $\varepsilon_i = y_i - \tilde{y}_i$ ,  $i = 1 \div n$  удовлетворяет 4-м условиям, сформулированным в теореме Гаусса-Маркова, и имеется соответствие свойств модели наиболее важным (для исследователя) свойствам изучаемого объекта или явления;

4) модель позволяет производить численные расчеты результирующего признака.

### **Задание № 15.**

*Вопрос:*

Какую гипотезу позволяет проверить параметрический тест, основанный на использовании критерия серий, получаемых с помощью медианы выборки?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) о распределения случайной компоненты в соответствии с нормальным законом распределения;
- 2) о случайном характере отклонений теоретических уровней ряда от фактических уровней наблюдений;
- 3) о равенстве математического ожидания случайной компоненты нулю;
- 4) об отсутствии автокорреляции случайной компоненты.

### **Задание № 16.**

*Вопрос:*

Что понимается под медианой выборки?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) значение остаточной компоненты  $E_i$  повторяющееся с наибольшей частотой;
- 2) среднее арифметическое значений ранжированного (упорядоченного по возрастанию) ряда  $E_i$ ;
- 3) значение остаточной компоненты  $E_i$ , приходящееся на середину ранжированного (упорядоченного по возрастанию) ряда из величин  $E_i$ ;
- 4) максимальное значение остаточной компоненты  $E_i$ .

### **Задание № 17.**

*Вопрос:*

При проверке случайности колебаний остаточной компоненты в тесте, основанном на критерии серий и медиане выборки, величины:

$$k = [3,3 \cdot \lg(n+1)] \quad \text{и}$$

$$v = \left[ \frac{1}{2} \cdot (n+1 - 1,96 \cdot \sqrt{n-1}) \right]$$

являются...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) допустимыми значениями максимальной длины серии и



общего числа серий, соответственно;

2) фактическими значениями максимальной длины серии и общего числа серий, соответственно;

3) расчетными значениями длины серии и общего числа серий, соответственно;

4) расчетными значениями критерия Глейзера.

### **Задание № 18.**

*Вопрос:*

Степень соответствия диаграммы распределения остаточной компоненты нормальному закону распределения осуществляется с помощью:

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

1) d-критерия Дарбина–Уотсона;

2) проверки выполнения неравенств фактических числовых показателей асимметрии и эксцесса с допустимыми среднеквадратическими ошибками этих показателей;

3) коэффициентов сходимости и детерминации;

4) теста Бокса-Кокса;

5) теста Чоу.

### **Задание № 19.**

*Вопрос:*

Среднеквадратические ошибки асимметрии  $\sigma_{\gamma_1}$  и эксцесса  $\sigma_{\gamma_2}$  характеризуют:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) отклонение теоретических значений  $\tilde{\gamma}_1$  и  $\tilde{\gamma}_2$  от фактических;

2) допустимые величины среднеквадратических отклонений асимметрии и эксцесса в конечной выборке;

3) правильность выполненных расчетов показателей  $\tilde{\gamma}_1$  и  $\tilde{\gamma}_2$ ;

4) фактическую величину асимметрии и эксцесса в конечной выборке.

### **Задание № 20.**

*Вопрос:*

При выполнении каких неравенств принимается гипотеза о соответствии гистограммы распределения остаточной компоненты нормальному закону распределения случайной компоненты

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $\left| \tilde{\gamma}_2 + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5\sigma_{\tilde{\gamma}_2} \quad |\tilde{\gamma}_1| < 1,5\sigma_{\tilde{\gamma}_1} ;$
- 2)  $\left| \tilde{\gamma}_2 + \frac{6}{n+1} \right| \geq 2\sigma_{\tilde{\gamma}_2} \quad |\tilde{\gamma}_1| \geq 2\sigma_{\tilde{\gamma}_1} ;$
- 3)  $|\tilde{\gamma}_1| < 1,5\sigma_{\tilde{\gamma}_1} \quad \left| \tilde{\gamma}_2 + \frac{6}{n+1} \right| \geq 2\sigma_{\tilde{\gamma}_2} ;$
- 4)  $|\tilde{\gamma}_1| > 1,5\sigma_{\tilde{\gamma}_1} \quad \left| \tilde{\gamma}_2 + \frac{6}{n+1} \right| > 1,5\sigma_{\tilde{\gamma}_2} .$

### **Задание № 21.**

*Вопрос:*

Вероятность присутствия или отсутствия существенной автокорреляции между членами остаточной последовательности оценивается с помощью d-критерия Дарбина-Уотсона путем сравнения:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) расчетного значения критерия  $d'$  с табличным значением  $d = 1$  для 5%-го уровня значимости нулевой гипотезы;
- 2) расчетного значения критерия  $d'$  с верхним  $d_2$  и нижним  $d_1$  – критическими значениями статистики Дарбина-Уотсона;
- 3) расчетного значения критерия  $d'$  с  $t_{кр} = 2,101$ ;
- 4) расчетного значения критерия  $d'$  с табличным значением F-критерия Фишера.

### **Задание № 22.**

*Вопрос:*

При расчетах значений статистических показателей точности построенной экономико-математической модели используют...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) конкретность и значимость фактических значений уровней временного ряда экономических показателей;
- 2) соответствие модели исследуемому процессу или объекту;
- 3) разность между значениями фактических уровней ряда экономических показателей и их теоретических уровней;
- 4) соответствие модели наиболее важным для исследователя характеристикам экономического процесса или объекта.

### **Задание № 23.**

*Вопрос:*

Какие статистические показатели используются для оценки точности экономико–математической модели?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) коэффициент эластичности, коэффициент парной корреляции, коэффициент детерминации, среднее квадратическое отклонение, средняя относительная ошибка аппроксимации;
- 2) фактические значения ряда исходных показателей, теоретические значения ряда, коэффициент сходимости, коэффициент множественной корреляции;
- 3) коэффициент сходимости, коэффициент множественной детерминации, среднее квадратическое отклонение, средняя относительная ошибка аппроксимации;
- 4) коэффициент эластичности, коэффициент парной корреляции, коэффициент частной корреляции, коэффициент детерминации, критерий Дарбина–Уотсена.

### **Задание № 24.**

*Вопрос:*

При оценке точности экономико–математической модели достаточно часто используется показатель точности – среднее квадратическое отклонение.

Какой недостаток имеет данный показатель?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) величина данного показателя зависит от масштаба представления результирующего признака;
- 2) величина данного показателя зависит от количества параметров в уравнении регрессии;
- 3) величина данного показателя зависит от величины параметров уравнения регрессии;
- 4) величина данного показателя является безразмерной величиной.

### **Задание № 25.**

*Вопрос:*

Выберите формулу, отражающую закон сложения дисперсий для линейного уравнения регрессии.

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1)  $\sigma_y^2 = \sigma_{\bar{y}}^2 + \sigma_\varepsilon$ ;

2)  $\sigma_y^2 = \sigma_{\bar{y}}^2 + \sigma_\varepsilon^2$ ;

3)  $\sigma_y = \sigma_{\bar{y}}^2 + \sigma_\varepsilon^2$ ;

4)  $\sigma_y = \sigma_{\bar{y}} + \sigma_\varepsilon$ .

### **Задание № 26.**

*Вопрос:*

Коэффициент множественной корреляции характеризует...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) силу влияния факторов, включенных в линейное уравнение регрессии, на результирующий признак;

2) долю изменения  $y$ , которую можно объяснить изменением включенных в линейную модель факторов;

3) долю изменения  $y$ , которую можно объяснить изменением не включенных в модель факторов;

4) статистическую надежность уравнения регрессии в целом.

### **Задание № 27.**

*Вопрос:*

По какой формуле рассчитывается величина коэффициента парной корреляции?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1)  $r_{\text{пар.}} = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x) \times Cov(x, y)}}$ ;

2)  $r_{\text{пар.}} = \frac{\sqrt{Cov(x) \times Cov(y)}}{Var(x, y)}$ ;

3)  $r_{\text{пар.}} = \frac{Cov(x, y)}{\sqrt{Var(y) \times Var(x)}}$ ;

4)  $r_{\text{пар.}} = \frac{Var(x) \cdot Cov(x, y)}{\sqrt{Var(x) \times Var(y)}}$ .

### **Задание № 28.**

*Вопрос:*

Что показывает коэффициент парной корреляции между результирующим показателем  $y$  и фактором  $x$ ?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) силу устойчивой статистической связи между отдельным факториальным признаком  $x$  и величиной  $y$  при условии, что остальные факторы остаются неизменными;

2) силу устойчивой статистической связи между одним фактором  $x$  и величиной  $y$  при одновременном изменении других факторов;

3) силу устойчивой статистической связи между изменением  $y$  и постоянным значением включенного в модель фактора  $x$ ;

4) силу устойчивой статистической связи между отдельным факториальным признаком  $x$  и величиной  $y$  вне зависимости от поведения других факторов.

### **Задание № 29.**

*Вопрос:*

Величина коэффициента частной корреляции  $\rho_{y,x1}$  показывает:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) долю изменения  $y$ , которая объясняется изменением включенных в модель факторов;

2) силу влияния факторов, включенных в модель, на величину  $y$ ;

3) силу влияния только одного фактора  $x_1$  на величину  $y$ ;

4) долю изменения  $y$ , которая объясняется изменением включенного в модель фактора  $x_1$ .

### **Задание № 30.**

*Вопрос:*

По каким формулам можно оценить величину коэффициента эластичности фактора  $x_2$  для линейного алгебраического уравнения вида:

$$y_t = a_0 + b \cdot x_{1,t} + c \cdot x_{2,t} + \varepsilon_t$$

*Выберите несколько из 6 вариантов ответа:*

1)  $b \cdot \frac{\partial y_t}{\partial x_{1,t}}$ ;

2)  $\frac{\partial^2 y_t}{\partial x_{2,t}^2} \cdot \frac{x_{1,t}}{y_t}$ ;

3)  $b \cdot \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}}$ ;

4)  $c^2 \cdot \frac{\bar{x}_1}{\bar{y}}$ ;

$$5) c \cdot \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}};$$

$$6) \frac{\partial y_t}{\partial x_{2,t}} \cdot \frac{\bar{x}_2}{\bar{y}}.$$

### **Задание № 31.**

*Вопрос:*

По какой формуле рассчитывается доверительный интервал для коэффициентов уравнения регрессии?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

$$1) (a_j - \sigma_{aj} \cdot t_{кр}) \leq a_j \leq (a_j + \sigma_{aj} \cdot t_{кр});$$

$$2) (a_j + \sigma_{aj} \cdot t_{кр}) \leq a_j \leq (a_j + \frac{\sigma_{aj}}{t_{кр}});$$

$$3) (a_j + \sigma_{aj} \cdot t_{кр}) \leq a_j \leq (a_j - \frac{\sigma_{aj}}{t_{кр}});$$

$$4) (a_j + \sigma_{aj} \cdot t_{кр}) \leq a_j \leq (a_j - \sigma_{aj} \cdot t_{кр}).$$

### **Задание № 32.**

*Вопрос:*

Сила влияния отдельных факторов и их совокупное влияние на результирующий признак уравнения регрессии оценивается с помощью...

*Выберите несколько из 6 вариантов ответа:*

1) коэффициента ранговой корреляции;

2) коэффициентов парной корреляции;

3) критерия Ирвина;

4) критерия Дарбина–Уотсена;

5) коэффициента множественной корреляции;

6) коэффициентов частной корреляции.

### **Задание № 33.**

*Вопрос:*

Какие условия должны соблюдаться для того, чтобы построенное уравнение регрессии было адекватным изучаемым взаимосвязям между экономическими показателями?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) равенство математического ожидания остаточной компоненты нулю, автокорреляция значений уровней остаточной ком-

поненты, соответствие распределения остаточной компоненты нормальному закону распределения;

2) равенство математического ожидания остаточной компоненты единице, независимость значений уровней остаточной компоненты, случайность колебаний уровней остаточной последовательности;

3) случайность колебаний уровней остаточной последовательности, равенство математического ожидания остаточной компоненты нулю, независимость значений уровней остаточной компоненты, соответствие распределения остаточной компоненты нормальному закону распределения;

4) равенство математического ожидания остаточной компоненты нулю, неслучайность колебаний уровней остаточной последовательности, зависимость значений уровней остаточной компоненты, соответствие распределения остаточной компоненты нормальному закону распределения.

### **Задание № 34.**

*Вопрос:*

В связи с чем не имеет смысла путем повышения порядка уравнения регрессии добиваться равенства нулю остаточной случайной компоненты:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) практическая ценность такого уравнения очень мала, потому что оно выявляет не закономерность развития изучаемого процесса, проявляющуюся на фоне случайных колебаний, а сами эти случайные колебания;

2) практическая ценность такого уравнения очень мала, потому что оно выявляет закономерность развития изучаемого процесса, проявляющуюся на фоне случайных колебаний;

3) практическая ценность такого уравнения очень мала, потому что оно не позволяет избавиться от случайных колебаний;

4) получить такое уравнение не представляется возможным.

### **Задание № 35.**

*Вопрос:*

Мультиколлинеарность факторов в уравнении регрессии – это...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) отсутствие нормального распределения остаточной случайной компоненты для регрессионной функции;

2) наличие устойчивой статистической связи между двумя или несколькими объясняющими переменными в уравнении регрессии;

3) разность между значением фактического уровня ряда и его оценкой, полученной расчетным путем с использованием модели;

4) наличие устойчивой статистической связи между объясняющими переменными и результирующим признаком в уравнении регрессии.

### **Задание № 36.**

*Вопрос:*

Совершенная мультиколлинеарность возникает  
при . . .

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) высокой степени соответствия фактических значений ряда у теоретическим значениям;

2) высокой вероятности появления больших отклонений значений  $y$ ;

3) наличии функциональной связи объясняющих переменных в уравнении регрессии;

4) наличии функциональной связи между факториальным признаком и результирующим признаком.

### **Задание № 37.**

*Вопрос:*

Наличие мультиколлинеарности между факториальными признаками уравнения регрессии  
выявляется . . .

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

1) путём расчета коэффициентов ранговой корреляции;

2) с помощью расчета коэффициента множественной корреляции;

3) путем расчета матрицы коэффициентов парной корреляции между факториальными признаками уравнения регрессии;

4) с помощью расчета коэффициента множественной детерминации;

5) путем расчета F-критерия Фишера.

### **Задание №38.**

*Вопрос:*

Величина коэффициента парной корреляции,



характеризующая предельно допустимый уровень мультиколлинеарности между факториальными признаками уравнения регрессии, равна:

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) 0,8;
- 2) 2,101;
- 3) 0,5;
- 4) 1,0;
- 5) 0,1

### **Задание № 39.**

*Вопрос:*

Мультиколлинеарность между факториальными показателями уравнения регрессии может быть устранена путем...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) применения теста Спирмена;
- 2) исключения одного из факториальных показателей из уравнения регрессии;
- 3) исключения одного из факторов, согласно критерию Дарбина–Уотсона;
- 4) путем использования процедуры теста Чоу.

### **Задание № 40.**

*Вопрос:*

При наличии гетероскедастичности...

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) с изменением факториального признака ( $x$ ) дисперсия случайной компоненты будет монотонно увеличиваться или уменьшаться, или изменяться по какому-либо другому закону;
- 2) наблюдается одинаковый разброс случайной компоненты относительно среднего значения при изменении факториального признака ( $x$ );
- 3) последующее значение случайной компоненты зависит от предыдущего при изменении факториального признака ( $x$ );
- 4) появляются аномальные наблюдения, вызванные ошибками второго рода;
- 5) появляются аномальные наблюдения, вызванные ошибками первого рода.

### **Задание № 41.**

*Вопрос:*

Что понимается под дисперсией случайного члена уравнения регрессии?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) доля изменения результирующего признака, которую можно объяснить изменением включенных в модель факторов;
- 2) предполагаемое поведение случайного члена уравнения регрессии до того, как сделана выборка;
- 3) теснота связи функции  $y$  с аргументом  $x_i$ , при условии, что прочие, не включенные в уравнение регрессии, аргументы этой функции действуют корреляционно независимо от аргумента  $x_i$ ;
- 4) доля изменения результирующего признака, которую нельзя объяснить изменением не включенных в модель факторов.

### **Задание № 42.**

*Вопрос:*

При наличии существенной гетероскедастичности случайного члена уравнения регрессии...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) нельзя определить коэффициенты уравнения регрессии и разделить вклады различных факторных показателей в объяснение поведения переменной  $y$ ;
- 2) оценки параметров уравнения регрессии становятся неэффективными, стандартные ошибки коэффициентов уравнения регрессии будут определены неверно;
- 3) оценки коэффициентов уравнения регрессии становятся сильно зависимыми от точности нахождения исходных данных и резко изменяют свои значения при изменении количества наблюдений;
- 4) оценки коэффициентов уравнения регрессии становятся сильно зависимыми от масштаба исходных данных и резко изменяют свои значения при изменении количества наблюдений.

### **Задание № 43.**

*Вопрос:*

$t$ -критерий Стьюдента в тесте ранговой корреляции Спирмена определяется по следующей формуле:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $t_{расч.} = \frac{r_{x|\varepsilon}}{\sqrt{n-1}}$ ;
- 2)  $t_{расч.} = r_{x|\varepsilon} \cdot \sqrt{n-1}$ ;
- 3)  $t_{расч.} = R_{x_i} - R_{|\varepsilon_i|}$ ;
- 4)  $t_{расч.} = R_{x_i} + R_{|\varepsilon_i|}$ .

#### **Задание № 44.**

*Вопрос:*

Если значимость уровня нулевой гипотезы об отсутствии гетероскедастичности случайного члена уравнения регрессии принять равной 5%, то при какой величине t-критерия Стьюдента при выполнении теста ранговой корреляции Спирмена эта гипотеза будет принята?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) больше 0,8;
- 2) меньше 1,96;
- 3) больше 1,96;
- 4) меньше 1,0.

#### **Задание № 45.**

*Вопрос:*

При выполнении теста Голдфелда-Квандта имеющиеся наблюдения...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) упорядочиваются по возрастанию факторного признака и делятся на три подвыборки;
- 2) упорядочиваются по убыванию факторного признака и затем делятся на две подвыборки;
- 3) разбиваются на 3 подвыборки, и затем каждая подвыборка упорядочивается по возрастанию;
- 4) разбиваются на 3 подвыборки, и затем каждая подвыборка упорядочивается по убыванию факторного признака.

#### **Задание № 46.**

*Вопрос:*

В каком случае при использовании теста Голдфелда-Квандта нулевая гипотеза об отсутствии гетероскедастичности будет принята?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $\frac{RSS_2}{RSS_1} < F_m$ ;
- 2)  $\frac{RSS_2}{RSS_1} > F_m$ ;
- 3)  $\frac{RSS_2}{RSS_1} = 1$ ;
- 4)  $\frac{RSS_2}{RSS_1} = 0,5$ .

**Задание № 47.**

*Вопрос:*

Какая формула используется в тесте Глейзера для отражения связи стандартного отклонения случайной составляющей  $\sigma_i$  с изменением факториального признака  $X_i$  ?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $\sigma_i = \alpha' + \beta' \cdot X_i^3$ ;
- 2)  $\sigma_i = \alpha' - \beta' / X_i^{\gamma-1}$ ;
- 3)  $\sigma_i = \alpha + \beta \cdot X_i^\gamma$ ;
- 4)  $\sigma_i = \alpha' + \beta' \cdot X_i^\gamma + \gamma \cdot \sigma_i^2$ .

**Задание № 48.**

*Вопрос:*

Если наличие существенной гетероскедастичности подтверждено тестами Спирмана или Голдфелда-Квандта, то для снижения ее влияния на эффективность оценок уравнения регрессии необходимо...

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) умножить каждый член уравнения регрессии в каждом наблюдении на дисперсию случайной составляющей;
- 2) произвести деление каждого члена уравнения регрессии в каждом наблюдении на дисперсию случайной составляющей;
- 3) увеличить объем выборки в два раза;
- 4) уменьшить объем выборки;
- 5) умножить каждый член уравнения регрессии в каждом наблюдении на предполагаемую величину математического ожидания случайной составляющей.

### **Задание №49.**

*Вопрос:*

Что понимается под автокорреляцией случайной составляющей уравнения регрессии?

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) наличие предпосылки о случайности остатков, полученных по уравнению регрессии;
- 2) ситуация, когда остатки являются чисто случайными величинами, и каждое следующее значение не зависит от предшествующих;
- 3) нарушение предпосылки о случайности остатков, полученных по уравнению регрессии, и ситуация, когда остатки содержат тенденцию или циклические колебания, т.е. каждое следующее значение зависит от предшествующих;
- 4) наличие устойчивой корреляционной связи между остаточной компонентой и результирующим признаком;
- 5) наличие устойчивой корреляционной связи между остаточной компонентой и факторным признаком.

### **Задание № 50.**

*Вопрос:*

Наличие существенной автокорреляция случайного члена уравнения регрессии приводит к тому, что...

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) оценки уравнения регрессии становятся смещенными;
- 2) оценки уравнения регрессии становятся неэффективными;
- 3) оценки уравнения регрессии становятся адекватными;
- 4) оценки уравнения регрессии становятся состоятельными;
- 5) оценки уравнения регрессии становятся несмещенными;

### **Задание № 51.**

*Вопрос:*

Укажите обычную причину возникновения положительной автокорреляция случайного члена уравнения регрессии:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) наличие ошибок измерения в значениях результирующего признака;
- 2) ошибка в расчетах при определении параметров модели;

- 3) постоянная направленность воздействия не включенного в уравнение регрессии какого-либо фактора;  
 4) большое число включенных в модель факторов.

**Задание № 52.**

*Вопрос:*

Отметьте формулу, которая отражает авторегрессионную схему первого порядка для случайного члена уравнения регрессии:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $v_t = \rho \cdot v_{t-1} + \mu_t$ ;  
 2)  $v_t = \rho_1 \cdot v_{t-1} + \rho_2 \cdot v_{t-2} + \mu_t$ ;  
 3)  $v_t = \rho \cdot v_{t-1}$ ;  
 4)  $v_t = v_{t-1} + \mu_t$ .

**Задание № 53.**

*Вопрос:*

Укажите формулу, которая позволяет приблизительно оценить величину коэффициента автокорреляции случайного члена уравнения регрессии при использовании авторегрессионной схемы первого порядка.

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) 
$$\frac{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_{t-1})^2};$$

2) 
$$\frac{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=t_2}^{t_n} \varepsilon_t^2};$$

3) 
$$\frac{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t-1})}{\sum_{t=t_1}^{t_n} \varepsilon_t^2};$$

4) 
$$\frac{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t-1})}{6 \cdot \sum_{t=t_1}^{t_n} \varepsilon_t}.$$

### **Задание № 54.**

*Вопрос:*

Укажите формулу, с помощью которой определяется значение d-критерия статистики Дарбина-Уотсона.

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

$$1) \frac{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{6 \cdot \sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_{t-1})^2};$$

$$2) \frac{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=t_1}^{t_n} \varepsilon_t^2};$$

$$3) \frac{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t-1})}{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_{t-1})^2};$$

$$4) \frac{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=t_2}^{t_n} (\varepsilon_{t-1})^2}.$$

### **Задание № 55.**

*Вопрос:*

С помощью какой формулы для больших выборок расчетное значение d-критерия статистики Дарбина-Уотсона может быть определено по известному значению  $\rho$  коэффициента автокорреляции случайного члена уравнения регрессии?

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

$$1) d_p = 2 \cdot \rho - 1;$$

$$2) d_p = 2 + \rho;$$

$$3) d_p = 2 - 2 \cdot \rho;$$

$$4) d_p = 4 - 2 \cdot \rho;$$

$$5) d_p = 2 + 2 \cdot \rho.$$

### **Задание № 56.**

*Вопрос:*

Какая причина обуславливает невозможность указать точные критические значения  $d$ -критерия статистики Дарбина–Уотсона?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $d$  критерий статистики Дарбина–Уотсона зависит от масштаба случайной составляющей в уравнении регрессии;
- 2)  $d$  критерий статистики Дарбина–Уотсона зависит от выбранного интервала времени  $t - (t+T)$ ;
- 3)  $d$  критерий статистики Дарбина–Уотсона зависит от наличия ошибок I-го рода;
- 4)  $d$  критерий статистики Дарбина–Уотсона зависит от наличия ошибок 2-го рода.

### **Задание № 57.**

*Вопрос:*

В каких случаях при использовании критерия Дарбина–Уотсона нельзя отклонить или принять нулевую гипотезу об отсутствии автокорреляции случайного члена уравнения регрессии?

*Выберите один из 6 вариантов ответа:*

- 1) если расчетное значение критерия Дарбина–Уотсона  $d_p$  меньше нижнего табличного значения  $d_1$ ;
- 2) если расчетное значение критерия  $d_p$  Дарбина–Уотсона больше верхнего табличного значения  $d_2$ ;
- 3) если расчетное значение критерия Дарбина–Уотсона  $d_p$  больше нижнего табличного значения, но меньше верхнего табличного значения;
- 4) если расчетное значение критерия  $d_p=0$ ;
- 5) если расчетное значение критерия  $d_p=2$ ;
- 6) если расчетное значение критерия  $d_p=4$ .

### **Задание № 58.**

*Вопрос:*

Укажите формулу для пересчета значения  $d$ -критерия статистики Дарбина–Уотсона при отрицательной автокорреляции случайного члена уравнения регрессии.

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*



- 1)  $d'_p = 4 - d_p$ ;
- 2)  $d'_p = 2 - d_p$ ;
- 3)  $d'_p = 1 - d_p$ ;
- 4)  $d'_p = 2 + d_p$ ;
- 5)  $d'_p = 4 + d_p$ .

### **Задание № 59.**

*Вопрос:*

Наиболее эффективным способом устранения автокорреляции случайных членов уравнения регрессии является...

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) сокращение объема выборки;
- 2) включение в уравнение регрессии существенного фактора, вызывающего автокорреляцию;
- 3) исключение из уравнения регрессии всех факторов, вызывающих автокорреляцию;
- 4) исключение из выборки ошибок первого и второго рода;
- 5) исключение из выборки аномальных наблюдений.

### **Задание № 60.**

*Вопрос:*

С какой целью используется поправка Прайса-Уинстена?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) для устранения завышенного влияния первого наблюдения на МНК оценки параметров уравнения регрессии;
- 2) для повышения качества устранения автокорреляции;
- 3) для придания большего веса первому наблюдению при оценке параметров уравнения с помощью МНК;
- 4) для устранения влияния последнего наблюдения на определяемые МНК оценки параметров уравнения регрессии.

### **Задание № 61.**

*Вопрос:*

Укажите формулу, с помощью которой рассчитывается поправка Прайса-Уинстена.

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $k = 1 - \rho^2$ ;

- 2)  $k = \sqrt{1 - \rho^2}$  ;
- 3)  $k = 1 + \rho^2$  ;
- 4)  $k = (1 - \rho^2)^2$  .

### **Задание № 62.**

*Вопрос:*

Укажите правильный вариант реализации метода Кокрана-Оркатта, используемый для оценки коэффициента автокорреляции  $\rho$  и коэффициентов уравнения регрессии  $\alpha, \beta$  .

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) 1. Оцениваем параметры исходного регрессионного уравнения  $y_t = \alpha + \beta \cdot x_t + E_t$  .  
 2. Вычисляем остатки  $E_t = y_t - y_{теор}$  .  
 3. Находим оценку коэффициента автокорреляции  $\rho$  из уравнения  $E_t = \rho \cdot E_{t-1} + \mu_t$  .  
 4. Повторно определяем параметры исходного регрессионного уравнения  $y_t = \alpha + \beta \cdot x_t + E_t$  .
- 2) 1. Упорядочиваем остатки  $E_i$  по возрастанию.  
 2. Находим срединное значение вариационного ряда ( $E_m$ ) .  
 3. Сравниваем медиану с исходным рядом и ставим знак «+», если  $E_i > E_m$  , и знак « - », если  $E_i < E_m$  .
- 3) 1. Оцениваем параметры исходного регрессионного уравнения  $y_t = \alpha + \beta \cdot x_t + E_t$  .  
 2. Вычисляем остатки  $E_t = y_t - y_{теор}$  .  
 3. Находим оценку коэффициента автокорреляции  $\rho$  из уравнения  $E_t = \rho \cdot E_{t-1} + \mu_t$  ;  
 4. Используя данную оценку  $\rho$ , находим систему преобразованных уравнений  $y'_t = \alpha + \beta \cdot x'_t + \mu_t$  .  
 5. Производим определение параметров уравнения  $y'_t = \alpha + \beta \cdot x'_t + \mu_t$  и находим новые значения оценок  $\alpha$  и  $\beta$  .  
 6. Повторно вычисляем остатки  $E_t$  и возвращаемся к этапу 3.  
 7. Повторяем вычисления до тех пор, пока значения  $\rho$  не совпадут с заданной степенью точности.
- 4) 1. Оцениваем параметры исходного регрессионного уравнения  $y_t = \alpha + \beta \cdot x_t + E_t$  .  
 2. Вычисляем остатки  $E_t = y_t - y_{теор}$  .  
 3. Находим оценку коэффициента автокорреляции  $\rho$  из уравнения  $E_t = \rho \cdot E_{t-1} + \mu_t$  ;

4. Используя данную оценку  $\rho$ , находим систему преобразованных уравнений  $y'_t = \alpha c + \beta \cdot x'_t + \mu_t$ .

5. Производим определение параметров уравнения  $y'_t = \alpha c + \beta \cdot x'_t + \mu_t$  и находим новые значения оценок  $\alpha$  и  $\beta$ .

### **Задание № 63.**

*Вопрос:*

Укажите правильный вариант реализации метода Хилдрата-Лу, используемый для оценок коэффициента автокорреляции  $\tilde{\rho}$  случайного члена уравнения регрессии и коэффициентов данного уравнения регрессии  $\tilde{\alpha}$  и  $\tilde{\beta}$ .

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) Находим оценку коэффициента автокорреляции  $\tilde{\rho}$  из уравнения  $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + \mu_t$ ; используя данную оценку  $\tilde{\rho}$  находим уравнение  $y'_t = \alpha C + \beta X'_t + \mu_t$ ; производим определение параметров уравнения и находим значения оценок  $\tilde{\alpha}$  и  $\tilde{\beta}$ ;

2) задаем интервал изменения  $\rho$  и величину  $\Delta\rho$ . Для каждого значения  $\rho$  производится оценка параметров  $\tilde{\alpha}$  и  $\tilde{\beta}$  из приведенной системы уравнений  $y'_t = \alpha C + \beta X'_t + \mu_t$ . Затем из полученных результатов выбирается тот, который дает минимальную стандартную ошибку. Эти значения  $\rho$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  принимаются за искомые;

3) представляет собой итерационную процедуру;

4) находим параметры исходного уравнения, затем находим оценку коэффициента автокорреляции  $\tilde{\rho}$  из уравнения  $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + \mu_t$ ; используя данную оценку  $\tilde{\rho}$  находим уравнение  $y'_t = \alpha C + \beta X'_t + \mu_t$ ; производим определение параметров уравнения и находим значения оценок  $\tilde{\alpha}$  и  $\tilde{\beta}$ .

### **Задание № 64.**

*Вопрос:*

Выберите правильное определение системы одновременных уравнений:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) системы уравнений, в которых одни и те же переменные в каждом уравнении используются как объясняющие, так и в качестве объясняемых переменных;

2) системы уравнений, в которых в левой части уравнений находятся эндогенные переменные, а в правой части – экзоген-

ные переменные;

3) системы уравнений, в которых одни и те же переменные в одних уравнениях используются как объясняющие, а в других – в качестве объясняемых переменных;

4) системы уравнений, в которых одни и те же эндогенные переменные в каждом последующем уравнении используются как объясняющие переменные, а в предыдущем – как объясняемые переменные.

### **Задание № 65.**

*Вопрос:*

Эндогенными переменными называют...

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

1) переменные, значения которых на момент времени  $t$  определяются (вычисляются) внутри модели;

2) переменные, значения которых на момент времени  $t$  задаются извне или берутся как заданные;

3) переменные, используемые вместо отсутствующей переменной в качестве ее заменителя;

4) переменные, в которых учитывается эффект запаздывания;

5) лаговые переменные.

### **Задание № 66.**

*Вопрос:*

В системе одновременных уравнений какие переменные считаются экзогенными переменными?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) это переменные, значения которых на момент времени  $t$  определяются внутри модели;

2) это переменные, значения которых на момент времени  $t$  уже известны и заданы вне модели;

3) это переменные, значения которых на момент времени  $t$  определяются внутри модели, и переменные, которые задаются вне модели;

4) переменные, значения которых на момент времени  $t$  считаются фиктивными переменными.

### **Задание № 67.**

*Вопрос:*

При построении моделей какие переменные относят к predetermined переменным?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) это экзогенные и лаговые переменные;
- 2) это эндогенные, лаговые и экзогенные переменные;
- 3) это экзогенные и эндогенные переменные;
- 4) это переменные, величина которых определяется внутри модели.

**Задание № 68.**

*Вопрос:*

Системами уравнений в приведенной форме называют . . .

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) системы уравнений, в которых присутствуют только поведенческие уравнения;
- 2) системы уравнений, в которых эндогенные переменные выражаются только через случайные составляющие;
- 3) системы уравнений, в которых эндогенные переменные выражаются через predetermined переменные и случайные составляющие;
- 4) системы уравнений, в которых присутствуют только уравнения – тождества;
- 5) системы уравнений, в которых присутствуют только эндогенные переменные.

**Задание № 69.**

*Вопрос:*

Метод инструментальных переменных применяется, если используемая . . .

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) объясняемая переменная может быть измерена с большими ошибками или вообще неизмерима, или она заменяется другой объясняющей переменной;
- 2) объясняющая переменная измерима, но коррелирует существенным образом с объясняемой переменной;
- 3) объясняющая переменная может быть измерена с большими ошибками или вообще неизмерима, но может заменяться другой объясняющей переменной или если объясняющая переменная измерима, но коррелирует существенным образом со случайной составляющей;
- 4) объясняемая переменная может быть измерена с большими ошибками или вообще неизмерима, но может заменяться другой

объясняемой переменной или если объясняемая переменная измерима, но коррелирует существенным образом со случайной составляющей.

### **Задание № 70.**

*Вопрос:*

В чем состоит содержание метода инструментальных переменных?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) в том, чтобы учесть дополнительные ограничения в системе одновременных уравнений и устранить эти ограничения путем получения системы приведенных уравнений;

2) в замене непригодной объясняющей переменной такой переменной, которая существенным образом отражает воздействие на результирующую переменную исходной объясняющей переменной, но не коррелирует со случайной составляющей;

3) в предварительном преобразовании исходных данных таким образом, чтобы устранить гетероскедастичность и автокорреляцию остатков;

4) в частичной замене непригодной объясняющей переменной такой переменной, которая существенным образом отражает воздействие на результирующую переменную исходной объясняющей переменной, но коррелирует со случайной составляющей.

### **Задание № 71.**

*Вопрос:*

Первый шаг двухшагового метода наименьших квадратов заключается в том, что...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) с помощью метода наименьших квадратов определяют оценки параметров структурного уравнения регрессии;

2) исходную систему одновременных уравнений приводят к системе приведенных уравнений и методом наименьших квадратов получают оценки параметров приведенных уравнений регрессии;

3) находят теоретические значения эндогенных переменных, и эти значения подставляют в исходную систему одновременных уравнений вместо фактических значений эндогенных переменных в правой части уравнения;

4) производят оценку статистической значимости каждого структурного уравнения в целом и его параметров, входящих в

систему одновременных уравнений.

**Задание № 72.**

*Вопрос:*

При применении двухшагового метода наименьших квадратов для оценки параметров системы одновременных уравнений на этапе выполнения второго шага...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) с помощью метода наименьших квадратов определяют оценки параметров структурного уравнения регрессии;
- 2) исходную систему одновременных уравнений приводят к системе приведенных уравнений и методом наименьших квадратов получают оценки параметров уравнения регрессии;
- 3) находят теоретические значения эндогенных переменных, и эти значения подставляют в исходную систему одновременных уравнений вместо фактических значений эндогенных переменных в правой части уравнения и определяют оценки параметров уравнения регрессии;
- 4) производят оценку статистической значимости каждого структурного уравнения в целом и его параметров, входящих в систему одновременных уравнений.

**Задание № 73.**

*Вопрос:*

В каких случаях используется трехшаговый метод наименьших квадратов определения параметров системы одновременных уравнений?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) если коэффициенты системы одновременных уравнений связаны между собой дополнительными связями или имеется 3-е уравнение, связывающее эндогенные переменные между собой;
- 2) в системе одновременных уравнений все уравнения неидентифицируемы;
- 3) в системе одновременных уравнений есть неидентифицируемое или сверхидентифицируемое уравнение;
- 4) в системе одновременных уравнений имеются уравнения, включающие нелинейности, линеаризуемые путем замены переменных.

### **Задание № 74.**

*Вопрос:*

Определить в какой системе уравнений находится сверхидентифицируемое уравнение регрессии:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) 
$$\begin{cases} C_t = \alpha + \beta \cdot Y_t + u_t ; \\ Y_t = C_t + I_t \end{cases} ;$$
- 2) 
$$\begin{cases} y_{1,t} = \alpha + \beta_1 x_{1,t} + \beta_2 x_{2,t} + \beta_3 y_{2,t} + u_{1,t} ; \\ y_{2,t} = \delta + \beta_4 y_{1,t} + u_{2,t} \end{cases} ;$$
- 3) 
$$\begin{cases} y_{1,t} = \alpha + \beta_1 x_{1,t} + \beta_2 y_{2,t} + u_{1,t} ; \\ y_{2,t} = \delta + \beta_3 y_{1,t} + \beta_4 x_{2,t} + u_{2,t} ; \end{cases}$$
- 4) 
$$\begin{cases} y_{1,t} = \alpha + \beta_1 x_{1,t} + \beta_3 x_{2,t} + \beta_2 y_{2,t} + u_{1,t} . \\ y_{2,t} = \delta + \beta_3 y_{1,t} + \beta_4 x_{2,t} + u_{2,t} \end{cases} .$$

### **Задание № 75.**

*Вопрос:*

Определить, в какой системе уравнений находится неидентифицируемое уравнение регрессии:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) 
$$\begin{cases} C_t = \alpha + \beta \cdot Y_t + u_t ; \\ Y_t = C_t + I_t \end{cases} ;$$
- 2) 
$$\begin{cases} y_{1,t} = \alpha + \beta_1 x_{1,t} + \beta_2 x_{2,t} + \beta_3 y_{2,t} + u_{1,t} ; \\ y_{2,t} = \delta + \beta_4 y_{1,t} + \beta_5 x_{3,t} + u_{2,t} \end{cases} ;$$
- 3) 
$$\begin{cases} y_{1,t} = \alpha + \beta_1 x_{1,t} + \beta_2 y_{2,t} + u_{1,t} ; \\ y_{2,t} = \delta + \beta_3 y_{1,t} + \beta_4 x_{2,t} + u_{2,t} ; \end{cases}$$
- 4) 
$$\begin{cases} y_{1,t} = \alpha + \beta_2 y_{2,t} + \beta_5 x_{2,t} + u_{1,t} \\ y_{2,t} = \delta + \beta_3 y_{1,t} + \beta_4 x_{2,t} + \beta_{1,t} x_{1,t} + u_{2,t} \end{cases} .$$

### **Задание № 76.**

*Вопрос:*

Если принять, что  $N$  – число эндогенных переменных,  $D$  – число predetermined переменных, не входящих в данное уравнение, то счетное формальное правило, отражающее необходимое условие неидентифицируемости уравнений, входящих в систему одновременных уравнений, будет иметь вид:

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*



- 1)  $(D+1) = H$  ;
- 2)  $(D+1) < H$  ;
- 3)  $(D+1) > H$  ;
- 4)  $(D+2) = H$  ;
- 5)  $(D-2) < H$ .

**Задание № 77.**

*Вопрос:*

Замещающие переменные используются в том случае, когда показатели, включаемые в уравнение регрессии, ...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) имеют четкие определения, и их можно измерить;
- 2) требуют для своего измерения очень мало времени и средств;
- 3) имеют расплывчатые определения, и их нельзя измерить, либо требуют для своего измерения очень много времени и средств;
- 4) являются эндогенными или экзогенными показателями.

**Задание № 78.**

*Вопрос:*

Производственная функция Кобба-Дугласа имеет вид:  $X(t) = A(0) \cdot e^{pt} \cdot K(t)^{\alpha_1} \cdot L(t)^{\alpha_2}$  .

В данной формуле время ( $t$ ), как замещающая переменная, используется для...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) учета постоянства параметров производственной функции через показатель научно-технического прогресса;
- 2) учета возрастающего влияния научно-технического прогресса на результирующую величину производственной функции;
- 3) контроля постоянства параметров производственной функции через показатель научно-технического прогресса;
- 4) избежания эффекта мультиколлинеарности между факторными переменными.

**Задание № 79.**

*Вопрос:*

Что понимают под трендом временного ряда показателей?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) отражение на графике точных значений результирующего признака за несколько периодов времени;
- 2) совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов времени;
- 3) изменение уровней временного ряда, определяющее общее направление развития, основную тенденцию временного ряда;
- 4) значения уровней временного ряда, принимающие максимальное или минимальное значение.

### **Задание № 80.**

*Вопрос:*

Что понимают под трендовой моделью?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) прикладную модель особого вида, в которой значения результирующего показателя, расположенные последовательно, в хронологическом порядке, в своих изменениях отражают ход развития изучаемого явления;
- 2) модель, которая наиболее полно соответствует свойствам изучаемого процесса или явления;
- 3) модель, в которой теоретические значения результирующего признака совпадают с фактическими;
- 4) прикладную модель особого вида, в которой значения результирующего показателя, расположенные последовательно, в хронологическом порядке, отражают в своих изменениях его чисто случайный характер.

### **Задание № 81.**

*Вопрос:*

На какие составляющие можно разложить временной ряд показателей?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) циклическую составляющую и трендовую составляющую;
- 2) трендовую составляющую, зависимую составляющую, случайную составляющую, циклическую составляющую и сезонную составляющую;
- 3) трендовую составляющую, сезонную составляющую, циклическую составляющую и случайную составляющую;
- 4) трендовую составляющую, зависимую составляющую, сезонную составляющую и случайную составляющую.

### **Задание № 82.**

*Вопрос:*

Какими свойствами должна обладать случайная компонента трендовой модели?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) случайность колебаний, соответствие нормальному закону распределения, высокая автокорреляция;
- 2) высокая коррелированность с результирующим показателем, математическое ожидание не равно 0, случайность колебаний, соответствие нормальному закону распределения;
- 3) отсутствие автокорреляции, математическое ожидание равно 0, случайность колебаний, соответствие нормальному закону распределения;
- 4) низкая коррелированность с результирующим показателем, математическое ожидание не равно 0, случайность колебаний, соответствие нормальному закону распределения.

### **Задание № 83.**

*Вопрос:*

Какие уровни временного ряда считаются аномальными уровнями?

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) которые многократно повторяются;
- 2) увеличивающиеся с течением времени, отражая общую тенденцию изменения изучаемого экономического явления;
- 3) не отвечают потенциальным возможностям исследуемой экономической системы и, оставаясь в качестве уровня ряда, оказывает существенное влияние на значения основных характеристик временного ряда;
- 4) многократно повторяются и увеличиваются с течением времени, отражая общую тенденцию изменения изучаемого экономического явления.

### **Задание № 84.**

*Вопрос:*

Для временного ряда показателей считается, что аномальные наблюдения могут быть вызваны ошибками первого рода, к которым относят...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) недостатки корреляционного анализа;

- 2) причины объективного характера;
- 3) ошибки технического порядка;
- 4) недостатки дисперсионного анализа.

**Задание № 85.**

*Вопрос:*

Укажите формулу, по которой рассчитывается величина критерия Ирвина для определения аномальных наблюдений.

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $\lambda = \frac{|y_t + y_{t-1}|}{\sigma_y}$ ;
- 2)  $\lambda = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\sigma_y}$ ;
- 3)  $\lambda = \frac{|y_t - y_{t-1}|}{\sigma_y^2}$ ;
- 4)  $\lambda = \frac{|y_t^2 - y_{t-1}^2|}{\sigma_y}$ .

**Задание № 86.**

*Вопрос:*

Для устранения во временном ряду экономических показателей ошибок первого производится замена...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) значений факторов, имеющих объективный характер, на эпизодические;
- 2) аномального наблюдения средней арифметической двух соседних уровней ряда;
- 3) ежегодных данных ежеквартальными;
- 4) аномального наблюдения первым значением уровня временного ряда.

**Задание №87.**

*Вопрос:*

Для линеаризации уравнения регрессии, имеющего вид  $y_t = A \cdot x_{1t}^\beta \cdot x_{2t}^2 \cdot e^{pt} \cdot \delta_t$ , необходимо произвести следующие действия:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) осуществить замену переменных;
- 2) произвести операцию логарифмирования уравнения и последующую замену переменных;
- 3) линеаризовать нельзя;
- 4) осуществить замену переменных и последующее логарифмирование уравнение.

### **Задание № 88.**

*Вопрос:*

Укажите правильный вариант ответа на вопрос: как можно линеаризовать уравнение регрессии вида  $y = \alpha + \beta \cdot x^\gamma + u$  ?

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) путем замены переменной;
- 2) путем логарифмирования;
- 3) линеаризовать невозможно;
- 4) заменой переменной и последующим логарифмированием;
- 5) логарифмированием и последующей заменой переменной.

### **Задание № 89.**

*Вопрос:*

Выберите правильный алгоритм действий для определения параметров нелинейного уравнения регрессии вида:  $y_i = \alpha + \beta \cdot x_i^\gamma + \varepsilon_i$ .

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) Примем некоторые правдоподобные исходные значения  $\alpha$  и  $b$ , например  $\alpha = 1 \div 10, b = 0 \div 1$ .

Используя эти значения, найдем теоретические значения  $\tilde{y}_i$  и вычислим  $\tilde{\varepsilon}_i = y_i + \tilde{y}_i$ .

Вычислим  $\mu$ :  $\mu_1 = \sum_{i=1}^n \tilde{\varepsilon}_i^2$ .

Сделаем небольшой шаг по параметру  $\alpha$ :  $\Delta\alpha = 1 + 0,1 = 1,1$  и снова найдем величину  $\mu_2$ . Если  $\mu_2 > \mu_1$ , то шаг сделан в правильном направлении.

Продолжаем увеличивать  $\alpha$  в данном направлении по шагам до тех пор, пока  $\mu$  не начнет уменьшаться.

Аналогичную процедуру проводят с параметром  $b$ , при фиксированном  $\alpha$ .

Фиксируем найденное значение  $b$  и заново начинаем изменять  $\alpha$ . Процедура повторяется до тех пор, пока любые изменения  $\alpha$  и

$b$  не будут приводить к уменьшению  $\mu$ .

2) Примем некоторые правдоподобные исходные значения  $\alpha$  и  $b$ , например:  $\alpha = 1 \div 10, b = 0 \div 1$ .

Используя эти значения, найдем теоретические значения  $\tilde{y}_i$  и вычислим:  $\tilde{\varepsilon}_i = y_i - \tilde{y}_i$ .

$$\text{Вычислим } \mu : \mu_1 = \sum_{i=1}^n \tilde{\varepsilon}_i^2.$$

Сделаем небольшой шаг по параметру  $\alpha : \Delta\alpha = 1 + 0,1 = 1,1$  и снова найдем величину  $\mu_2$ . Если  $\mu_2 < \mu_1$ , то шаг сделан в правильном направлении.

Продолжаем увеличивать  $\alpha$  в данном направлении по шагам до тех пор, пока  $\mu$  не начнет расти.

Аналогичную процедуру проводят с параметром  $b$  при фиксированном  $\alpha$ .

Фиксируем найденное  $b$  и заново начинаем изменять  $\alpha$ . Процедура повторяется до тех пор, пока любые изменения  $\alpha$  и  $b$  не будут приводить к увеличению  $\mu$ .

3) Примем некоторые правдоподобные исходные значения  $\alpha$  и  $b$ , например:  $\alpha = 1 \div 10, b = 0 \div 1$ .

Используя эти значения, найдем теоретические значения  $\tilde{y}_i$  и вычислим:  $\tilde{\varepsilon}_i = y_i - \tilde{y}_i$ .

$$\text{Вычислим } \mu : \mu_1 = \sum_{i=1}^n \tilde{\varepsilon}_i^2 * \tilde{y}_i.$$

Сделаем небольшой шаг по параметру  $\alpha : \Delta\alpha = 1 + 0,1 = 1,1$  и снова найдем величину  $\mu_2$ . Если  $\mu_2 > \mu_1$ , то шаг сделан в правильном направлении.

Продолжаем увеличивать  $\alpha$  в данном направлении по шагам до тех пор, пока  $\mu$  не начнет уменьшаться.

Аналогичную процедуру проводят с параметром  $b$  при фиксированном  $\alpha$ .

Фиксируем найденное значение  $b$  и заново начинаем изменять  $\alpha$ . Процедура повторяется до тех пор, пока любые изменения  $\alpha$  и  $b$  не будут приводить к уменьшению  $\mu$ .

4) Примем некоторые правдоподобные исходные значения  $\alpha$  и  $b$ , например:  $\alpha = 1 \div 10, b = 0 \div 1$ .

Используя эти значения, найдем теоретические значения  $\tilde{y}_i$  и вычислим:  $\tilde{\varepsilon}_i = y_i + \tilde{y}_i$ .

$$\text{Вычислим } \mu : \mu_1 = \sum_{i=1}^n \tilde{\varepsilon}_i^2.$$

Сделаем небольшой шаг по параметру  $\alpha : \Delta\alpha = 1 + 0,1 = 1,1$  и снова найдем величину  $\mu_2$ . Если  $\mu_2 < \mu_1$ , то шаг сделан в правильном

направлении.

Продолжаем увеличивать  $\alpha$  в данном направлении по шагам до тех пор, пока  $\mu$  не начнет расти.

Аналогичную процедуру проводят с параметром  $b$  при фиксированном  $\alpha$ .

Фиксируем найденное  $b$  и заново начинаем изменять  $\alpha$ . Процедура повторяется до тех пор, пока любые изменения  $\alpha$  и  $b$  не будут приводить к увеличению  $\mu$ .

### **Задание № 90.**

*Вопрос:*

Для чего используется тест Бокса-Кокса в варианте алгоритма, предложенного Полом Зарембкой?

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) Для определения параметров нелинейного уравнения регрессии;
- 2) для оценки автокорреляции при существенной гетероскедастичности остаточной компоненты в уравнении регрессии;
- 3) для обоснования выбора модели в виде линейного аддитивного уравнения или аддитивного логарифмического уравнения;
- 4) для оценки однородности имеющейся выборки;
- 5) для оценки статистической надежности, вычисленных с помощью метода наименьших квадратов, параметров нелинейного уравнения регрессии.

### **Задание № 91.**

*Вопрос:*

В методике многошагового регрессионного анализа отсева несущественных факторов происходит на основе:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) Показателей точности модели  $\sigma, \varepsilon_{сронт}, \varphi, R^2$ ;
- 2) проверки адекватности модели;
- 3) показателей значимости факторов (в частности, на основе величины расчетного значения критерия Стьюдента);
- 4) F-критерия Фишера.

### **Задание № 92.**

*Вопрос:*

Что является основной задачей при выборе факторов, включаемых в корреляционную модель:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) ввести в модель все основные факторы, которые существенно влияют на изучаемый экономический процесс или объект;
- 2) ввести в модель те факторы, которые количественно измеримы и имеются в распоряжении исследователя;
- 3) ввести в модель только два фактора, которые кажутся наиболее подходящими;
- 4) ввести в модель все основные факторы, которые существенно не влияют на изучаемый экономический процесс или объект.

### **Задание № 93.**

*Вопрос:*

Чрезмерное увеличение количества факторов, вводимых в корреляционную модель, может привести:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) к искажению картины множественных связей;
- 2) к отсутствию корреляционной связи с выбранным функциональным показателем;
- 3) к невозможности корреляционного анализа;
- 4) к автокорреляции случайной составляющей.

### **Задание № 94.**

*Вопрос:*

Требования, предъявляемые при отборе факторов:

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1) показатели, выражающие эти факторы, должны быть количественно измеримы;
- 2) факторы не должны находиться между собой в функциональной или близкой к ней связи;
- 3) теоретико-экономический анализ указывает на возможность влияния выбранного фактора на результирующий показатель;
- 4) факторы должны находиться в пределах от 0 до 100;



5) показатели, выражающие эти факторы, не должны быть количественно измеримы.

### **Задание № 95.**

*Вопрос:*

Этап корреляционного анализа, на котором определяются формы связи изучаемого экономического показателя с выбранными факторами-аргументами, имеет название:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) параметризация модели;
- 2) идентификация модели;
- 3) спецификация модели;
- 4) верификация модели.

### **Задание №96.**

*Вопрос:*

Выберите верное утверждение:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) считается, что число наблюдений должно быть больше числа определяемых параметров уравнения регрессии, по крайней мере, в 5-7 раз;
- 2) считается, что число наблюдений должно быть больше числа определяемых параметров уравнения регрессии в 2 раза;
- 3) считается, что число наблюдений должно быть равно числу определяемых параметров уравнения регрессии;
- 4) считается, что число наблюдений не зависит от числа определяемых параметров уравнения регрессии.

### **Задание № 97.**

*Вопрос:*

Этот показатель вычисляется по результатам анкетного опроса широкого круга специалистов:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) t-критерий Стьюдента;
- 2) коэффициент ранговой корреляции Спирмена;
- 3) сумма рангов;
- 4) F-критерий Фишера.

### **Задание № 98.**

*Вопрос:*

Определение качества регрессионного уравнения, связывающего изучаемый экономический показатель с выбранными факторами-аргументами, называется:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) спецификацией уравнения регрессии;
- 2) параметризацией уравнения регрессии;
- 3) верификацией уравнения регрессии;
- 4) идентификация уравнения регрессии.

### **Задание № 99.**

*Вопрос:*

В чем заключается метод отбора исходных данных «заводо-лет»:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) отбор исходных данных о работе предприятий в рассматриваемой отрасли за какой-то один период времени, например, год;
- 2) отбор исходных данных о работе предприятий отрасли за несколько смежных лет;
- 3) отбор исходных данных о работе предприятий нескольких отраслей за определенный период;
- 4) отбор исходных данных о работе одного предприятия за несколько смежных лет.

### **Задание № 100.**

*Вопрос:*

Эконометрика – это

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) специальный раздел математики, посвященный анализу экономической информации;
- 2) наука, которая дает количественное выражение взаимосвязей экономических явлений и процессов;
- 3) раздел экономической теории, связанный с анализом статистической информации;
- 4) наука, которая осуществляет качественный анализ взаимосвязей экономических явлений и процессов.

### **Задание № 101.**

*Вопрос:*

Коэффициент парной корреляции характеризует

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) тесноту нелинейной связи между двумя переменными;
- 2) тесноту линейной связи между двумя переменными;
- 3) тесноту нелинейной связи между несколькими переменными;
- 4) тесноту линейной связи между несколькими переменными.

### **Задание № 102.**

*Вопрос:*

Фиктивными переменными в уравнении множественной регрессии являются

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) переменные, представляющие простейшие функции от уже включенных в модель переменных;
- 2) дополнительные количественные переменные, улучшающие решение;
- 3) комбинации из включенных в уравнение регрессии факторов, повышающие адекватность модели;
- 4) качественные переменные, преобразованные в количественные.

### **Задание № 103.**

*Вопрос:*

Величина коэффициента регрессии показывает

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) среднее изменение результата при изменении фактора на одну единицу;
- 2) характер связи между фактором и результатом;
- 3) тесноту связи между исследуемыми факторами;
- 4) тесноту связи между фактором и результатом.

### **Задание № 104.**

*Вопрос:*

Метод наименьших квадратов используется для оценивания

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) средней ошибки аппроксимации;
- 2) величины коэффициента детерминации;
- 3) величины коэффициента корреляции;
- 4) параметров линейной регрессии.

**Задание № 105.**

*Вопрос:*

Гомоскедастичность подразумевает

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) рост дисперсии остатков с увеличением значения фактора;
- 2) одинаковую дисперсию остатков при каждом значении фактора;
- 3) уменьшение дисперсии остатков с уменьшением значения фактора;
- 4) максимальную дисперсию остатков при средних значениях фактора.

**Задание № 106.**

*Вопрос:*

Обобщенный метод наименьших квадратов применяется в случае

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) автокорреляции ошибок;
- 2) мультиколлинеарности факторов;
- 3) автокорреляции переменных;
- 4) фиктивных переменных.

**Задание № 107.**

*Вопрос:*

Коэффициент детерминации рассчитывается для оценки качества

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) подбора уравнения регрессии;
- 2) параметров уравнения регрессии;
- 3) факторов, не включенных в уравнение регрессии;
- 4) мультиколлинеарных факторов.

### **Задание № 108.**

*Вопрос:*

Корреляция подразумевает наличие связи между

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) параметрами;
- 2) переменными;
- 3) результатом и случайными факторами;
- 4) случайными факторами.

### **Задание № 109.**

*Вопрос:*

Критические значения критерия Стьюдента определяются по

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) уровню значимости и одной степени свободы;
- 2) уровню незначимости;
- 3) трем и более степеням свободы;
- 4) двум степеням свободы.

### **Задание № 110.**

*Вопрос:*

Нелинейным является уравнение регрессии нелинейное относительно входящих в него

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) случайных величин;
- 2) результатов;
- 3) факторов;
- 4) параметров.

### **Задание № 111.**

*Вопрос:*

Величина коэффициента эластичности показывает

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) на сколько процентов изменится в среднем результат при изменении фактора на 1%;
- 2) во сколько раз изменится в среднем результат при изменении фактора в два раза;
- 3) предельно допустимое изменение варьируемого признака;
- 4) предельно возможное значение результата.

### **Задание № 112.**

*Вопрос:*

Косвенный метод наименьших квадратов применим для

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) неидентифицируемой системы рекурсивных уравнений;
- 2) идентифицируемой системы одновременных уравнений;
- 3) любой системы одновременных уравнений;
- 4) неидентифицируемой системы уравнений.

### **Задание № 113.**

*Вопрос:*

Эконометрическая модель – это

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) экономическая модель, представленная в математической форме;
- 2) графическое представление экспериментальных данных;
- 3) совокупность числовых характеристик, характеризующих экономический объект;
- 4) линейная функциональная зависимость между экономическими показателями.

### **Задание № 114.**

*Вопрос:*

Отбор факторов в эконометрическую модель множественной регрессии может быть осуществлен на основе

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) частных уравнений регрессии;
- 2) системы нормальных уравнений;
- 3) матрицы парных коэффициентов корреляции;
- 4) метода наименьших квадратов.

### **Задание № 115.**

*Вопрос:*

На основе линейного уравнения множественной регрессии получены уравнения регрессии

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_n X_n + \varepsilon$$

$$Y = a + b_1 \bar{X}_1 + b_2 \bar{X}_2 + b_n \bar{X}_n + \varepsilon$$

$$Y = a + b_1 \bar{X}_1 + b_2 X_2 + b_n \bar{X}_n + \varepsilon$$

$$Y = a + b_1 \bar{X}_1 + b_2 \bar{X}_2 + b_n X_n + \varepsilon,$$

которые называются

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) стандартизированными;
- 2) нелинейными;
- 3) рекурсивными;
- 4) частными.

**Задание № 116.**

*Вопрос:*

Метод наименьших квадратов используется для оценивания

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) средней ошибки аппроксимации;
- 2) величины коэффициента корреляции;
- 3) величины коэффициента детерминации;
- 4) параметров линейной регрессии.

**Задание № 117.**

*Вопрос:*

При выполнении предпосылок МНК оценки параметров регрессии обладают свойствами:

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1) состоятельности;
- 2) достоверности;
- 3) несмещенности;
- 4) эффективности;
- 5) применимости.

**Задание № 118.**

*Вопрос:*

Предпосылками МНК являются:

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) математическое ожидание случайных отклонений равно 0;
- 2) дисперсия случайных отклонений постоянна для всех наблюдений;
- 3) случайные отклонения являются независимыми друг от друга;
- 4) случайные отклонения коррелируют друг с другом.

### **Задание № 119.**

*Вопрос:*

Для преодоления проблемы гетероскедастичности  
служит

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) двухшаговый метод наименьших квадратов;
- 2) косвенный метод наименьших квадратов;
- 3) обобщенный метод наименьших квадратов;
- 4) метод наименьших квадратов.

### **Задание № 120.**

*Вопрос:*

В эконометрических моделях с  $m$  независимыми переменными наблюдаемые значения зависимой переменной  $Y_i$  отличается от модельных  $\hat{Y}_i$  на величину  $e_i$ . В данных обозначениях формула для расчета оценки общей дисперсии зависимой переменной  $D_{общ}$  имеет вид:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $D_{общ} = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$ ;
- 2)  $D_{общ} = \frac{\sum e_i^2}{n-m-1}$ ;
- 3)  $D_{общ} = \frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{m}$ ;
- 4)  $D_{общ} = \frac{\sum (y_i - \bar{y})}{n-1}$ .

### **Задание № 121.**

*Вопрос:*

Значение коэффициента корреляции равно 0,81.  
Можно сделать вывод о том, что связь между  
результативным признаком и фактором является

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) достаточно тесной;
- 2) не тесной;
- 3) слабой;
- 4) функциональной.



### **Задание № 122.**

*Вопрос:*

В эконометрических моделях с  $m$  независимыми переменными наблюдаемые значения зависимой переменной  $Y_i$  отличается от модельных  $\hat{Y}_i$  на величину  $e_i$ . В данных обозначениях формула для расчета суммы квадратов отклонений имеет вид:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $\sum (y_i - \bar{y})^2$ ;
- 2)  $\sum e_i^2$ ;
- 3)  $\sum (\hat{y}_i - \bar{y})^2$ ;
- 4)  $\sum (\hat{y}_i - y_i)$ .

### **Задание № 123.**

*Вопрос:*

При обсуждении существенности параметра регрессии рассматривается нулевая статистическая гипотеза  
о (об) \_\_\_\_\_ оценки этого параметра.

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) положительном значении;
- 2) отрицательном значении;
- 3) отличии от нуля;
- 4) равенстве нулю.

### **Задание № 124.**

*Вопрос:*

Для степенной регрессионной модели вида:  
 $Y_i = a + b_1 X_i + b_2 X_i^2 + b_3 X_i^3$  возможен аддитивный способ включения случайного возмущения.  
Для получения качественных оценок параметров этой модели ...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) требуется подобрать соответствующую подстановку;
- 2) метод наименьших квадратов неприменим;
- 3) возможно применение метода наименьших квадратов;
- 4) необходимо выполнить логарифмическое преобразование.

### **Задание № 125.**

*Вопрос:*

Зависимость валового национального продукта ( $Y$ ) от денежной массы ( $X$ ) характеризуется линейно-логарифмической эконометрической моделью, которая имеет вид

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $\ln Y = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X + \varepsilon$ ;
- 2)  $Y = \ln \alpha_0 + \ln \alpha_1 \cdot X + \varepsilon$ ;
- 3)  $Y = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \ln X + \varepsilon$ ;
- 4)  $Y = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot X + \ln \varepsilon$ .

### **Задание № 126.**

*Вопрос:*

С помощью подходящих преобразований исходных переменных регрессионная зависимость представляется в виде линейного соотношения между преобразованными переменными. Этот процесс называется ...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) параметризацией;
- 2) стандартизацией;
- 3) оптимизацией;
- 4) линеаризацией.

### **Задание № 127.**

*Вопрос:*

Укажите верные характеристики коэффициента эластичности:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) коэффициент эластичности показывает, на сколько процентов изменится значение результирующего фактора при изменении на один процент объясняющего фактора;
- 2) коэффициент эластичности показывает, на сколько изменится значение результирующего фактора при изменении объясняющего фактора на одну единицу;
- 3) коэффициент эластичности является постоянной величиной для всех видов моделей;
- 4) коэффициент эластичности показывает, на сколько изме-

няется значение результирующего фактора при изменении объясняющего фактора на 100 единиц.

### **Задание № 128.**

*Вопрос:*

Временным рядом является совокупность значений . . .

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) экономического показателя за несколько последовательных моментов (периодов) времени;
- 2) экономических однотипных объектов по состоянию на определенный момент времени;
- 3) экономического показателя для однотипных объектов на определенный момент времени;
- 4) последовательных моментов (периодов) времени и соответствующих им значений экономического показателя.

### **Задание № 129.**

*Вопрос:*

Автокорреляцией уровней временного ряда называют

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) корреляционную зависимость между уровнями исходного временного ряда и уровнями этого ряда, сдвинутыми на один или несколько периодов времени;
- 2) корреляционную зависимость между наблюдаемыми и расчетными значениями исследуемого временного показателя;
- 3) автокорреляцию остатков временного ряда;
- 4) корреляционную зависимость между трендовой и сезонной компонентами временного ряда.

### **Задание № 130.**

*Вопрос:*

Эконометрическая модель, являющаяся системой одновременных уравнений, состоит в общем случае

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) из поведенческих уравнений и автокорреляционной функции;
- 2) из поведенческих уравнений и тождеств;
- 3) из регрессионных уравнений и соотношений мультиколли-

неарности в каждом из них;

4) только из тождеств.

### **Задание № 131.**

*Вопрос:*

Система уравнений, в которых каждая эндогенная переменная рассматривается как функция только predetermined переменных, называется системой \_\_\_\_\_ уравнений.

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) независимых;
- 2) рекурсивных;
- 3) регрессионных;
- 4) одновременных.

### **Задание № 132.**

*Вопрос:*

Анализ возможности численной оценки неизвестных коэффициентов структурных уравнений по оценкам коэффициентов приведенных уравнений составляет

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) решение вопроса построения автокорреляционной функции;
- 2) подбор оптимального интервала прогнозирования;
- 3) вопрос о подборе аналитической трендовой зависимости;
- 4) проблему идентификации.

### **Задание № 133.**

*Вопрос:*

С помощью традиционного метода наименьших квадратов нельзя определить параметры уравнений, входящих в систему \_\_\_\_\_ уравнений

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) независимых;
- 2) одновременных;
- 3) приведенных;
- 4) рекурсивных.

### **Задание № 134.**

*Вопрос:*

Отбор факторов в эконометрическую модель множественной регрессии может быть осуществлен на основе

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) матрицы парных коэффициентов корреляции;
- 2) значений коэффициентов автокорреляции уровней ряда различных порядков;
- 3) сравнения коэффициентов «чистой» регрессии;
- 4) сравнения остаточной дисперсии до и после включения фактора в модель.

### **Задание №135.**

*Вопрос:*

В линейном уравнении парной регрессии  $y = a + bx + \varepsilon$  переменными не являются

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $b$ ;
- 2)  $y$ ;
- 3)  $a$ ;
- 4)  $x$ .

### **Задание № 136.**

*Вопрос:*

Метод наименьших квадратов применим к уравнениям регрессии, ...

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) которые отражают нелинейную зависимость между двумя экономическими показателями и не могут быть приведены к линейному;
- 2) которые отражают линейную зависимость между двумя экономическими показателями;
- 3) которые отражают нелинейную зависимость между двумя экономическими показателями, но могут быть приведены к линейному виду;
- 4) нелинейного вида.

### **Задание № 137.**

*Вопрос:*

Предпосылками метода наименьших квадратов (МНК) являются следующие

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) функциональная связь между зависимой и независимой переменной переменными;
- 2) гомоскедастичностью остатков;
- 3) присутствие в эконометрической модели более чем двух факторов;
- 4) отсутствие автокорреляции в остатках.

### **Задание № 138.**

*Вопрос:*

Несмещенность оценки характеризуется...

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) зависимостью от объема выборки значения математического ожидания остатков;
- 2) равенством нулю математического ожидания остатков;
- 3) отсутствием накопления остатков при большом числе выборочных оцениваний;
- 4) максимальной дисперсией остатков.

### **Задание № 139.**

*Вопрос:*

Обобщенный метод наименьших квадратов подразумевает ...

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) переход от множественной регистрации к парной;
- 2) двухэтапное применение метода наименьших квадратов;
- 3) преобразование переменных;
- 4) введение в выражение для дисперсии остатков коэффициента пропорциональности.

### **Задание № 140.**

*Вопрос:*

Для зависимости спроса на некоторый товар от цены за единицу товара и дохода потребителя получено уравнение регрессии вида  $y = a + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + \varepsilon$ .

Парными коэффициентами корреляции могут быть:

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $R_{yx_1x_2}^2$  ;
- 2)  $r_{yx_1}$  ;
- 3)  $R_{yx_1x_2}$  ;
- 4)  $r_{x_1x_2}$  .

**Задание № 141.**

*Вопрос:*

Значение коэффициента детерминации составило 0,9; следовательно, отношение \_\_\_\_\_ дисперсии к общей дисперсии равно \_\_\_\_\_.

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) факторной ... 0,1;
- 2) остаточной ... 0,1;
- 3) остаточной ... 0,9;
- 4) факторной ... 0,9.

**Задание № 142.**

*Вопрос:*

Критическое (табличное) значение F-критерия является пороговым значением для определения...

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) доли дисперсии зависимой переменной, объясняемой с помощью построенной модели;
- 2) значимости (существенности) моделируемой связи между зависимой и совокупностью независимых переменных экономической модели;
- 3) статической значимости построенной модели;
- 4) доли дисперсии зависимой переменной, не объясняемой с помощью построенной модели, а вызванной влиянием случайных воздействий.

**Задание № 143.**

*Вопрос:*

Пусть  $t$ -рассчитанная для коэффициента статистики Стьюдента, а  $t_{\text{крит}}$  - критическое значение этой статистики. Коэффициент регрессии считается статистически значимым, если выполняются

следующие неравенства:

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $t_{\text{крит}} - t > 0$ ;
- 2)  $t_{\text{крит}} < t$ ;
- 3)  $t_{\text{крит}} > |t|$ ;
- 4)  $-t_{\text{крит}} > t$ .

**Задание № 144.**

*Вопрос:*

Примером нелинейного уравнения регрессии не является уравнение вида ...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $y = a + b \cdot \frac{1}{x} + \varepsilon$ ;
- 2)  $y = ax^b + \varepsilon$ ;
- 3)  $y = a + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2 + \varepsilon$ ;
- 4)  $y = a + b \cdot x + \varepsilon$ .

**Задание № 145.**

*Вопрос:*

Установите соответствие между названием модели и видом ее уравнения

*Укажите соответствие для всех 4 вариантов ответа:*

- 1)  $y = a + b \cdot x + c \cdot x^2 + d \cdot x^3 + \varepsilon$ ;
- 2)  $y = a + b \cdot \frac{1}{x} + \varepsilon$ ;
- 3)  $y = a + b \cdot x + \varepsilon$ ;
- 4)  $y = a + b \cdot x_1 + c \cdot x_2 + d \cdot x_3 + \varepsilon$ ;

- \_\_\_ гиперболическая модель;
- \_\_\_ параболическая модель третьего ряда;
- \_\_\_ многофакторная;
- \_\_\_ линейная.

**Задание № 146.**

*Вопрос:*

Примерами уравнения регрессии, нелинейных относительно объясняющих переменных, но линейных по оцениваемым параметрам, являются...

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*



- 1)  $Y = a + b \cdot X + c \cdot X^2 + \varepsilon$ ;
- 2)  $Y = a \cdot X^b \cdot \varepsilon$ ;
- 3)  $Y = a \cdot b^X \cdot \varepsilon$ ;
- 4)  $Y = a + \frac{b}{X} + \varepsilon$ .

### **Задание № 147.**

*Вопрос:*

Качество подбора нелинейного уравнения регрессии можно охарактеризовать на основе показателей . . .

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) коэффициента эластичности;
- 2) индекса детерминации;
- 3) средней ошибки аппроксимации;
- 4) коэффициента линейной корреляции.

### **Задание № 148.**

*Вопрос:*

Факторы, формирующие трендовую компоненту временного ряда, характеризуется . . .

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) периодическим воздействием на величину экономического показателя;
- 2) случайным воздействием на уровень временного ряда;
- 3) долговременным воздействием на экономический показатель;
- 4) возможностью расчета значения компоненты с помощью аналитической функции от времени.

### **Задание № 149.**

*Вопрос:*

Коэффициент автокорреляции уровней временного ряда . . .

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) не может быть меньше 0;
- 2) характеризует тесноту линейной связи между уровнями ряда;
- 3) определяет вид временной модели (аддитивная или мультипликативная);

4) равен коэффициенту линейной корреляции между последовательными уровнями ряда.

**Задание № 150.**

*Вопрос:*

Система эконометрических уравнений включает в себя следующие переменные:

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) зависимые;
- 2) predetermined;
- 3) economic;
- 4) complex.

**Задание № 151.**

*Вопрос:*

Выберите верные утверждения по поводу системы одновременных уравнений

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) в ней одни и те же зависимые переменные в одних уравнениях входят в левую часть, а в других уравнениях – в правую часть системы;
- 2) в ней могут присутствовать только экзогенные переменные;
- 3) может быть представлена в структурной форме модели и в приведенной форме;
- 4) в ней могут присутствовать только эндогенные переменные.

**Задание № 152.**

*Вопрос:*

Эндогенные переменные . . .

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) не зависят от экзогенных переменных;
- 2) могут коррелировать с ошибками регрессии;
- 3) могут быть объектом регулирования;
- 4) влияют на экзогенные переменные.

**Задание № 153.**

*Вопрос:*

Применение косвенного метода наименьших квадратов возможно для идентифицируемой системы одновременных уравнений, так как в идентифицируемых системах ...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) возможно однозначное выражение коэффициентов структурной формы через коэффициенты приведенной формы системы;
- 2) невозможно однозначное выражение коэффициентов структурной формы через коэффициенты приведенной формы системы;
- 3) можно получить некоторое множество значений одного и того же коэффициента приведенной формы по коэффициентам структурной формы системы;
- 4) можно получить некоторое множество значений одного и того же коэффициента приведенной формы по коэффициентам приведенной формы системы.

#### **Задание № 154.**

*Вопрос:*

К видам эконометрических моделей по типам зависимости относятся модели

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1) линейной регрессии;
- 2) временных рядов;
- 3) систем эконометрических уравнений;
- 4) нелинейной регрессии.

#### **Задание № 155**

*Вопрос:*

Нахождение тренда временного ряда путем аналитического выравнивания включает в себя этапы

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) верификации, параметризации и последующей спецификации различных функций;
- 2) спецификации, верификации и последующей параметризации различных функций;
- 3) спецификации, параметризации и последующей верифика-

ции различных функций;

4) идентификации, спецификации, верификации и последующей параметризации различных функций.

### **Задание № 156.**

*Вопрос:*

Формула для определения сглаженного значения уровня временного ряда при использовании скользящей взвешенной имеет вид

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

$$1) \bar{y}_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i}{m}, \text{ где } p = \frac{m-1}{2};$$

$$2) \bar{y}_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i \cdot p_i}{\sum_{i=t-p}^{t+p} p_i}, \text{ где } p = \frac{m-1}{2};$$

$$3) \bar{y}_t = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot \bar{y}_{t-1};$$

$$4) \bar{y}_t = \alpha \cdot y_t + (1+\alpha) \cdot \bar{y}_{t-1}.$$

### **Задание № 157.**

*Вопрос:*

Формула для определения сглаженного значения уровня временного ряда при использовании скользящей средней имеет вид

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

$$1) \bar{y}_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i}{m}, \text{ где } p = \frac{m-1}{2};$$

$$2) \bar{y}_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i \cdot p_i}{\sum_{i=t-p}^{t+p} p_i}, \text{ где } p = \frac{m-1}{2};$$

$$3) \bar{y}_t = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot \bar{y}_{t-1};$$

$$4) \bar{y}_t = \alpha \cdot y_t + (1+\alpha) \cdot \bar{y}_{t-1}.$$

### **Задание № 158.**

*Вопрос:*

Формула для определения значения уровня временного ряда при использовании экспоненциального сглаживания имеет вид

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

$$1) \bar{y}_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i}{m}, \text{ где } p = \frac{m-1}{2}$$

$$2) \bar{y}_t = \frac{\sum_{i=t-p}^{t+p} y_i \cdot P_i}{\sum_{i=t-p}^{t+p} P_i}, \text{ где } p = \frac{m-1}{2};$$

$$3) \bar{y}_t = \alpha \cdot y_t + (1-\alpha) \cdot \bar{y}_{t-1};$$

$$4) \bar{y}_t = \alpha \cdot y_t + (1+\alpha) \cdot \bar{y}_{t-1}.$$

### **Задание № 159.**

*Вопрос:*

В каких случаях используются фиктивные переменные:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1) когда отдельные факторы, которые желательно ввести в регрессионную модель, являются количественными по своей природе, но требуют предварительной обработки;

2) когда отдельные факторы, которые желательно ввести в регрессионную модель, количественно изменяются с течением времени;

3) когда отдельные факторы, которые желательно ввести в регрессионную модель, являются качественными по своей природе и, следовательно, не измеряются в числовой шкале;

4) когда отдельные факторы, которые желательно ввести в регрессионную модель, являются качественными по своей природе, но могут быть измерены и в числовой шкале.

### **Задание № 160.**

*Вопрос:*

Какое из приведенных уравнений регрессии имеет фиктивную переменную для сдвига графика уравнения вверх:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

$$1) Y = \alpha + \sigma \cdot D + \beta \cdot x + u;$$

- 2)  $Y = \alpha + \sigma + \beta \cdot x + u$ ;
- 3)  $Y = \alpha + D \cdot \beta \cdot x + u$ ;
- 4)  $Y = \alpha + \sigma + D + \beta \cdot x + u$ .

### **Задание № 161.**

*Вопрос:*

В каких случаях используется тест Чоу:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) при нахождении ошибок аппроксимации;
- 2) при решении вопроса о целесообразности разделения выборки на две подвыборки и построении, соответственно, двух регрессионных моделей;
- 3) в случае, когда применение МНК для оценивания параметров при введении фиктивных переменных приводит к вырожденной матрице исходных данных;
- 4) в случае, когда имеются аномальные наблюдения и применение МНК для оценивания параметров приводит к смещению этих оценок параметров.

### **Задание № 162.**

*Вопрос:*

В тесте Чоу F-статистика определяется по формуле:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $F_p = \frac{(U_a + U_b)/(p+1)}{(U_p + U_a + U_b)/(n-2p-2)}$ ;
- 2)  $F_p = \frac{(U_p - U_a - U_b)/(p+1)}{(U_a + U_b)/(n-2p-2)}$ ;
- 3)  $F_p = \frac{(U_p - U_a - U_b)/(n-p-1)}{(U_a + U_b)/(p+1)}$ ;
- 4)  $F_p = \frac{(U_p + U_a + U_b)/(p+1)}{(U_a + U_b)/(n-2p-2)}$ .

### **Задание № 163.**

*Вопрос:*

Для временного ряда показателей считается, что аномальные наблюдения могут быть вызваны ошибками второго рода, к которым относят...

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) недостатки корреляционного анализа;

- 2) причины объективного характера;
- 3) ошибки технического порядка;
- 4) недостатки дисперсионного анализа.

**Задание № 164.**

*Вопрос:*

Выберите формулу, с помощью которой находится изображение функции времени  $X(t)$

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $X(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-pt} dt$ ;
- 2)  $X(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{pt} dt$ ;
- 3)  $X(p) = \int_0^{\infty} x(p) \cdot e^{-pt} dt$ ;
- 4)  $X(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-p/T} dt$ .

**Задание № 165.**

*Вопрос:*

Если оригинал функции имеет вид

$$2T \frac{d^2 y}{dt^2} + y + m \cdot \int_0^t y(t) dt = k \frac{dX}{dt},$$

то изображение функции будет следующим

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1)  $2 \cdot T \cdot p \cdot Y(p) + Y(p) + \frac{m}{p} \cdot y(p) = k \cdot p \cdot X(p)$
- 2)  $\frac{2 \cdot T}{p} \cdot Y(p) + p \cdot Y(p) + \frac{m}{p} y(p) = k \cdot p \cdot X(p)$ ;
- 3)  $2 \cdot T \cdot P \cdot Y(p) + \frac{m}{p} y(p) = k \cdot p \cdot X(P)$ ;
- 4)  $2 \cdot T \cdot p^2 \cdot Y(p) + p \cdot Y(p) + \frac{m}{p} y(p) = k \cdot p \cdot X(P)$ ;
- 5)  $2 \cdot T \cdot p^2 \cdot Y(p) + Y(p) + \frac{m}{p} \cdot y(p) = k \cdot p \cdot X(p)$ .

**Задание № 166.**

*Вопрос:*

Если выходной показатель  $y(t)$  связан с входным показателем  $x(t)$  дифференциальным уравнением вида:

$$T_1^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_2 \frac{dy}{dt} + y(t) = k \cdot x(t)$$

то передаточная функция равна

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

1)  $W(p) = \frac{k \cdot p}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}$ ;

2)  $W(p) = \frac{k}{p \cdot [T_1^2 p^2 + T_2 p + 1]}$ ;

3)  $W(p) = \frac{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}{k \cdot p}$ ;

4)  $W(p) = T_1^2 p^2 + T_2 p + k$ ;

5)  $W(p) = \frac{k}{T_1^2 p^2 + T_2 p + 1}$ .

### **Задание № 167.**

*Вопрос:*

Передаточная функция и корни характеристического уравнения устойчивого апериодического звена имеют вид:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

1)  $W(p) = \frac{k}{Tp-1} \quad p = \frac{1}{T}$ ;

2)  $W(p) = \frac{k}{Tp+1} \quad p = \frac{1}{T}$ ;

3)  $W(p) = \frac{k}{Tp-1} \quad p = -\frac{1}{T}$ ;

4)  $W(p) = \frac{k}{Tp+1} \quad p = -\frac{1}{T}$ .

### **Задание № 168.**

*Вопрос:*

Передаточная функция звена второго порядка имеет вид  $W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2 \cdot \eta \cdot T \cdot p + 1}$ .

Поставьте в соответствие названия звеньев и неравенства

*Укажите соответствие для всех 5 вариантов ответа:*



- 1) устойчивое аperiodическое звено второго порядка;
- 2) неустойчивое аperiodическое звено второго порядка;
- 3) устойчивое колебательное звено второго порядка;
- 4) неустойчивое колебательное звено второго порядка;
- 5) консервативное звено второго порядка.

- $\eta \geq 1$   
  $\eta \leq -1$   
  $0 < \eta < 1$   
  $0 > \eta > -1$   
  $\eta = 0$

**Задание № 169.**

*Вопрос:*

Неустойчивое аperiodическое звено второго порядка имеет

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) два действительных отрицательных корня;
- 2) два комплексно-сопряженных корня с отрицательной вещественной частью;
- 3) два комплексно-сопряженных корня с положительной вещественной частью;
- 4) два действительных положительных корня.

**Задание № 170.**

*Вопрос:*

Неустойчивое аperiodическое звено второго порядка имеет передаточную функцию вида:

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

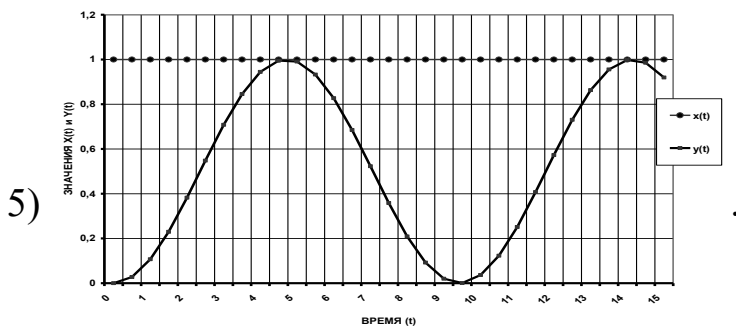
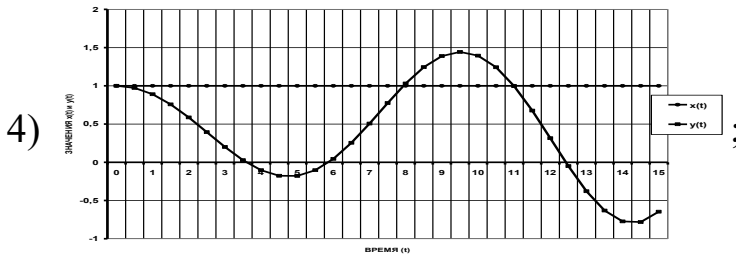
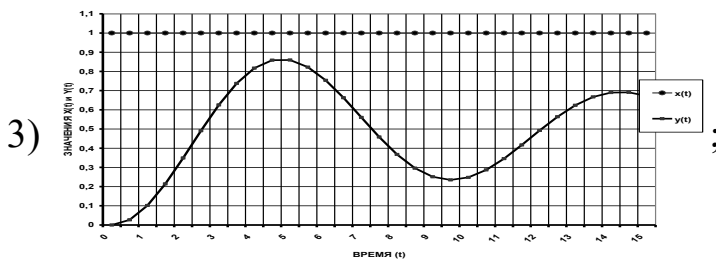
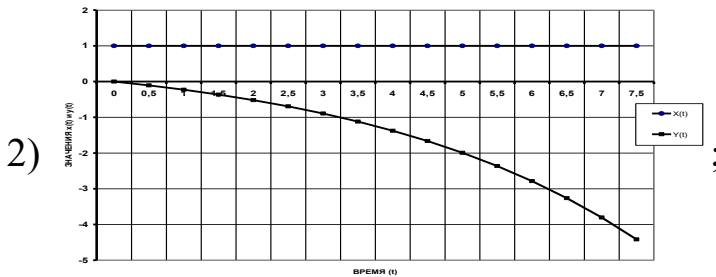
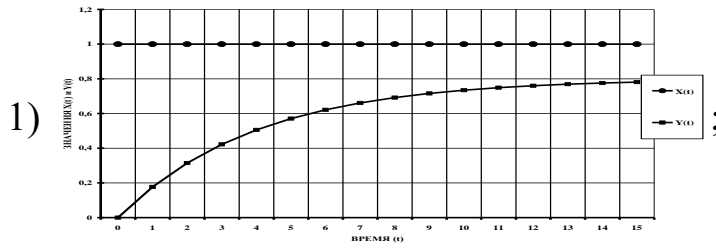
- 1)  $W(p) = \frac{k}{(T_1 p - 1) \cdot (T_2 p - 1)}$ ;
- 2)  $W(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)}$ ;
- 3)  $W(p) = \frac{-k}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)}$ ;
- 4)  $W(p) = \frac{k}{(-T_1 p - 1) \cdot (-T_2 p - 1)}$ .

**Задание № 171.**

**Вопрос:**

Укажите соответствие между видом корней характеристического уравнения динамического звена и видом переходного процесса

Укажите соответствие для всех 5 вариантов ответа:



- $p = -\alpha$
- $p = \alpha$
- $p = -\alpha \pm j \cdot \beta$
- $p = \alpha \pm j \cdot \beta$

$$\underline{\quad} p = \pm j \cdot \beta$$

### **Задание № 172.**

*Вопрос:*

Укажите соответствие между передаточной функцией и названием динамического звена

*Укажите соответствие для всех 4 вариантов ответа:*

- 1) устойчивое колебательное звено;
- 2) неустойчивое колебательное звено;
- 3) консервативное звено второго порядка;
- 4) устойчивое апериодическое звено первого порядка.

$$\underline{\quad} W(p) = \frac{k}{(T^2 p^2 + 2\eta \cdot T \cdot p + 1)};$$

$$\underline{\quad} W(p) = \frac{k}{(T^2 p^2 - 2\eta \cdot T \cdot p + 1)};$$

$$\underline{\quad} W(p) = \frac{k}{(T^2 p^2 + 1)};$$

$$\underline{\quad} W(p) = \frac{k}{(T p + 1)}.$$

### **Задание № 173.**

*Вопрос:*

Укажите соответствие между передаточной функцией и названием динамического звена

*Укажите соответствие для всех 4 вариантов ответа:*

- 1) устойчивое апериодическое звено первого порядка;
- 2) неустойчивое апериодическое звено первого порядка;
- 3) устойчивое апериодическое звено второго порядка;
- 4) неустойчивое апериодическое звено второго порядка.

$$\underline{\quad} W(p) = \frac{k}{(T \cdot p + 1)};$$

$$\underline{\quad} W(p) = \frac{k}{(T \cdot p - 1)};$$

$$\underline{\quad} W(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)};$$

$$\underline{\quad} W(p) = \frac{k}{(T_1 p - 1) \cdot (T_2 p - 1)}.$$

### **Задание № 174.**

*Вопрос:*

Если переходные процессы в динамическом звене описываются дифференциальным уравнением вида

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = X(t), \text{ то данное звено является}$$

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) интегрирующим звеном;
- 2) апериодическим звеном второго порядка;
- 3) дифференцирующим звеном;
- 4) консервативным звеном;
- 5) апериодическим звеном первого порядка.

### **Задание № 175.**

*Вопрос:*

Какой вид может иметь передаточная функция интегрирующего звена?

*Выберите несколько из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $W(p) = \frac{1}{(T \cdot p)}$ ;
- 2)  $W(p) = \frac{k}{p}$ ;
- 3)  $W(p) = T \cdot p$ ;
- 4)  $W(p) = k \cdot e^{-pt}$ .

### **Задание № 176.**

*Вопрос:*

Передаточная функция дифференцирующего звена имеет вид

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1)  $W(p) = T \cdot p$
- 2)  $W(p) = \frac{1}{(T \cdot p)}$ ;
- 3)  $W(p) = \frac{k}{p}$ ;
- 4)  $W(p) = \frac{k}{(T_2 p_2 + 1)}$ ;
- 5)  $W(p) = p/k$ .

### **Задание № 177.**

*Вопрос:*

Передаточная функция чистого запаздывания имеет  
ВИД

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1)  $W(p) = k \cdot e^{-p \cdot \tau}$
- 2)  $W(p) = \frac{k}{(T^2 p^2 + 1)}$ ;
- 3)  $W(p) = \frac{k}{p}$ ;
- 4)  $W(p) = T \cdot p$ ;
- 5)  $W(p) = e^{-p \cdot \tau} / T$ .

**Задание № 178.**

*Вопрос:*

Передаточная функция системы, если динамические звенья соединены последовательно, находится с использованием формулы...

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1)  $W_c(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p)$ ;
- 2)  $W_c(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p)$ ;
- 3)  $W_c(p) = \sum_{i=1}^n \prod_{i=p1}^n W_i(p)$ ;
- 4)  $W_c(p) = \frac{\prod_{i=p1}^n W_i(p)}{1 \pm \prod_{i=p1}^n W_i(p)}$ ;
- 5)  $W_c(p) = \frac{\sum_{i=1}^n W_i(p)}{1 \pm \sum_{i=1}^n W_i(p)}$ .

**Задание № 179.**

*Вопрос:*

Если динамические звенья соединены параллельно, то передаточная функция системы определяется по формуле:

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

$$1) W_c(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p);$$

$$2) W_c(p) = \prod_{i=p1}^n W_i(p);$$

$$3) W_c(p) = \sum_{i=1}^n \prod_{i=p1}^n W_i(p);$$

$$4) W_c(p) = \frac{\prod_{i=p1}^n W_i(p)}{1 \pm \prod_{i=p1}^n W_i(p)};$$

$$5) W_c(p) = \frac{\sum_{i=1}^n W_i(p)}{1 \pm \sum_{i=1}^n W_i(p)}.$$

### **Задание № 180.**

*Вопрос:*

Передаточная функция звена  $W_1(p)$  охваченного отрицательной обратной связью  $W_{oc}(p)$  равна

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

$$1) W_c(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_{oc}(p) \cdot W_1(p)};$$

$$2) W_c(p) = \frac{W_{oc}(p)}{1 + W_{oc}(p) \cdot W_1(p)};$$

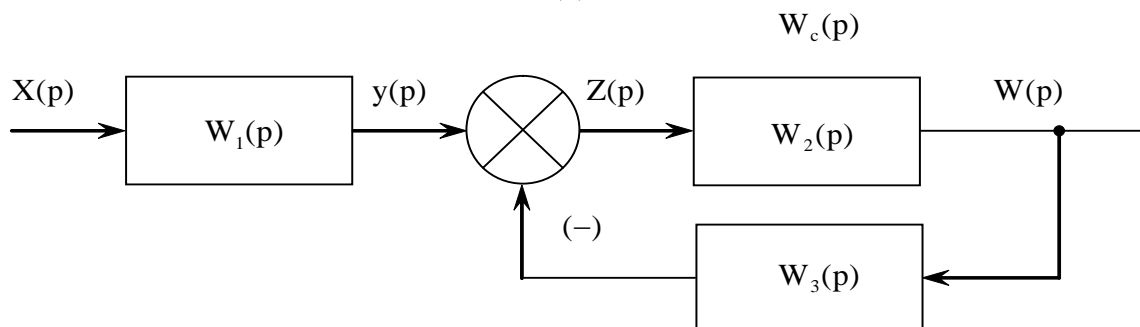
$$3) W_c(p) = \frac{W_1(p)W_{oc}(p)}{1 + W_{oc}(p)};$$

$$4) W_c(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_{oc}(p)}.$$

### **Задание № 181.**

*Вопрос:*

Чему будет равна передаточная функция системы вида :



*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1)  $W_c(p) = \frac{W_2(p) \cdot W_1(p)}{1 + W_2(p) \cdot W_3(p)}$ ;
- 2)  $W_c(p) = \frac{W_1(p) \cdot W_3(p)}{1 - W_2(p) \cdot W_3(p)}$ ;
- 3)  $W_c(p) = \frac{W_2(p) \cdot W_3(p)}{1 + W_2(p) \cdot W_3(p)} + W_1(p)$ ;
- 4)  $W_c(p) = W_1(p) - \frac{W_2(p) \cdot W_3(p)}{1 + W_2(p) \cdot W_3(p)}$ .

### **Задание № 182.**

*Вопрос:*

Выберите положения, подтверждающие стационарность временного ряда экономических показателей.

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1) отсутствие тренда показателей;
- 2) наличие ярко выраженного тренда показателей;
- 3) отсутствие систематических изменений дисперсии;
- 4) наличие строго периодических флуктуаций;
- 5) отсутствие систематически изменяющихся взаимозависимостей между элементами временного ряда.

### **Задание № 183.**

*Вопрос:*

Для обоснования выбора мультипликативной модели временного ряда вида:

$$Y_i = T_i \cdot S_i \cdot E_i$$

где  $Y_i$  – уровень показателя временного ряда;

$T_i$  – величина трендовой компоненты;

$S_i$  – величина сезонной компоненты;

$E_i$  – величина случайной компоненты;

необходимо, чтобы амплитуда сезонных колебаний...

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1) возрастала;
- 2) уменьшалась;
- 3) была постоянной;
- 4) не изменялась;
- 5) менялась случайным образом.

### **Задание № 184.**

*Вопрос:*

Укажите порядок построения аддитивной или мультипликативной модели временного ряда

*Укажите порядок следования всех 6 вариантов ответа:*

- \_\_\_ выравнивание исходного временного ряда методом скользящей средней;
- \_\_\_ расчет значений сезонной компоненты  $S_i$ ;
- \_\_\_ устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выравненных данных  $(T_i + E_i)$  в аддитивной или  $(T_i * E_i)$  в мультипликативной модели;
- \_\_\_ аналитическое выравнивание уровней  $(T_i + E_i)$  или  $(T_i * E_i)$  и расчет значений  $T_i$  с использованием полученного уравнения тренда;
- \_\_\_ расчет полученных по модели значений  $(T_i + S_i)$  или  $(T_i * S_i)$ ;
- \_\_\_ расчет абсолютных и/или относительных ошибок.

### **Задание № 185.**

*Вопрос:*

Укажите свойства коэффициента автокорреляции уровней временного ряда показателей:

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1) рассчитывается по аналогии с линейным коэффициентом корреляции;
- 2) характеризует тесноту только линейной связи текущего и предыдущего уровней ряда;
- 3) оценивает наличие нелинейной тенденции;
- 4) по знаку коэффициента автокорреляции можно делать вывод о возрастающей или убывающей тенденции в уровнях временного ряда;
- 5) по знаку коэффициента автокорреляции нельзя делать вывод о возрастающей или убывающей тенденции в уровнях временного ряда.

### **Задание № 186.**

*Вопрос:*

График зависимости значений автокорреляционной функции временного ряда называют...

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1) коррелограммой;
- 2) автокорреляционной функцией;



- 3) полигоном автокорреляции;
- 4) изоклиналией;
- 5) картой коэффициентов автокорреляции.

**Задание №187.**

*Вопрос:*

Укажите верные утверждения при анализе структуры временного ряда:

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1) если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции первого порядка, то исследуемый временной ряд содержит только тенденцию (тренд);
- 2) если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции порядка  $\tau$ , то исследуемый временной ряд содержит циклические колебания с периодичностью в  $\tau$  моментов времени;
- 3) если ни один из коэффициентов автокорреляции не является значимым, то можно сделать предположение, что временной ряд не содержит тенденции и циклических колебаний, либо ряд содержит сильную нелинейную тенденцию;
- 4) если ни один из коэффициентов автокорреляции не является значимым, то можно сделать предположение, что временной ряд содержит только линейную тенденцию;
- 5) если наиболее высоким оказался коэффициент автокорреляции второго порядка, то исследуемый временной ряд содержит тенденцию (тренд) в виде параболы второго порядка.

**Задание № 188.**

*Вопрос:*

Лагами Алмон называют лаги,  
структуру которых . . .

*Выберите один из 4 вариантов ответа:*

- 1) можно описать с помощью полиномов;
- 2) можно изменять в ходе исследований;
- 3) нельзя описать с помощью полиномов;
- 4) можно представить в виде бесконечной конструкции.

**Задание № 189.**

*Вопрос:*

Уравнение регрессии имеет вид:

$$y_t = a + b_0 \cdot x_t + b_1 \cdot x_{t-1} + b_2 \cdot x_{t-2} + \dots + b_p \cdot x_{t-p} + \varepsilon_t$$

В исследуемой модели используется полиномиальная структура лага (лаги Алмон). Зависимость коэффициентов регрессии  $b_\tau$  от величины лага описывается полиномом 2-ой степени  $b_\tau = 2 + 0.5 \cdot \tau + 0.1 \cdot \tau^2$ . Чему будут равны значения  $b_0; b_1; b_2$ ?

*Выберите один из 5 вариантов ответа:*

- 1)  $b_0 = 2; b_1 = 2,6; b_2 = 3,4$ .
- 2)  $b_0 = 0; b_1 = 1; b_2 = 2$ .
- 3)  $b_0 = 2; b_1 = 2,5; b_2 = 2,6$ .
- 4)  $b_0 = 2; b_1 = 0,5; b_2 = 0,1$ .
- 5)  $b_0 = 2; b_1 = 3; b_2 = 2,4$ .

### **Задание № 190.**

*Вопрос:*

Укажите основные преимущества метода Алмон:

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1) универсален и может быть применен для моделирования процессов, которые характеризуются разнообразными структурами лагов;
- 2) при относительно небольшом количестве переменных в уравнении регрессии с помощью метода Алмон можно построить модели с распределенным лагом любой длины;
- 3) величина лага должна быть известна заранее. При ее определении лучше исходить из максимально возможного лага. Выбор малой величины лага по сравнению с фактическим приводит к тому, что в модели не будет учтен фактор, оказывающий значительное влияние на результат;
- 4) необходимо заранее выбрать степень полинома, описывающего структуру распределенного лага;
- 5) оценка параметров уравнения регрессии производится в условии мультиколлинарности факторов.

### **Задание № 191.**

*Вопрос:*

Укажите основные сложности применения метода Алмон:

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1) универсален и может быть применен для моделирования процессов, которые характеризуются разнообразными структурами лагов;
- 2) при относительно небольшом количестве переменных в уравнении регрессии с помощью метода Алмон можно построить модели с распределенным лагом любой длины;
- 3) величина лага должна быть известна заранее. При ее определении лучше исходить из максимально возможного лага. Выбор малой величины лага по сравнению с фактическим приводит к тому, что в модели не будет учтен фактор, оказывающий значительное влияние на результат;
- 4) необходимо заранее выбрать степень полинома, описывающего структуру распределенного лага;
- 5) оценка параметров уравнения регрессии производится в условиях мультиколлинарности факторов.

### **Задание № 192.**

*Вопрос:*

В чем состоит суть представления модели с бесконечным лагом при применении метода Койка?

*Выберите несколько из 5 вариантов ответа:*

- 1) В использовании такой структуры лага, когда воздействия лаговых значений фактора на результат уменьшаются с увеличением величины лага в геометрической прогрессии;
- 2) значения коэффициентов уравнения регрессии уменьшаются с постоянным темпом  $0 < \lambda < 1$  с увеличением величины лага  $\tau$ ;
- 3) Для расчета величины коэффициента уравнения регрессии используется соотношение:  
$$b_{\tau} = b_0 \cdot \lambda^{\tau} ; \quad \tau = 0, 1, 2, \dots, 0 < \lambda < 1.$$
- 4) для расчета величины коэффициента уравнения регрессии используется соотношение:  
$$b_{\tau} = c_0 + c_1 \cdot \tau + c_2 \cdot \tau^2 + \dots + c_k \tau^k ;$$
- 5) в использовании такой структуры лага, когда воздействия лаговых значений фактора на результат увеличиваются с увели-

чением величины лага в геометрической прогрессии.

## Ответы

1) Верные ответы (1 б.): 2; 3; 4;	47) Верный ответ (1 б.): 3;
2) Верный ответ (1 б.): 2;	48) Верный ответ (1 б.): 2;
3) Верный ответ (1 б.): 3;	49) Верный ответ (1 б.): 3;
4) Верный ответ (1 б.): 2;	50) Верный ответ (1 б.): 2;
5) Верный ответ (1 б.): 2;	51) Верный ответ (1 б.): 3;
6) Верный ответ (1 б.): 2;	52) Верный ответ (1 б.): 1;
7) Верный ответ (1 б.): 1;	53) Верный ответ (1 б.): 3;
8) Верный ответ (1 б.): 5;	54) Верный ответ (1 б.): 2;
9) Верный ответ (1 б.): 1;	55) Верный ответ (1 б.): 3;
10) Верный ответ (1 б.): 3;	56) Верный ответ (1 б.): 1;
11) Верный ответ (1 б.): 2;	57) Верный ответ (1 б.): 3;
12) Верный ответ (1 б.): 3;	58) Верный ответ (1 б.): 1;
13) Верный ответ (1 б.): 1;	59) Верный ответ (1 б.): 2;
14) Верный ответ (1 б.): 3;	60) Верный ответ (1 б.): 1;
15) Верный ответ (1 б.): 2;	61) Верный ответ (1 б.): 2;
16) Верный ответ (1 б.): 3;	62) Верный ответ (1 б.): 3;
17) Верный ответ (1 б.): 1;	63) Верный ответ (1 б.): 2;
18) Верный ответ (1 б.): 2;	64) Верный ответ (1 б.): 3;
19) Верный ответ (1 б.): 2;	65) Верный ответ (1 б.): 1;
20) Верный ответ (1 б.): 1;	66) Верный ответ (1 б.): 2;
21) Верный ответ (1 б.): 2;	67) Верный ответ (1 б.): 1;
22) Верный ответ (1 б.): 3;	68) Верный ответ (1 б.): 3;
23) Верный ответ (1 б.): 3;	69) Верный ответ (1 б.): 3;
24) Верный ответ (1 б.): 1;	70) Верный ответ (1 б.): 2;
25) Верный ответ (1 б.): 2;	71) Верный ответ (1 б.): 2;
26) Верный ответ (1 б.): 1;	72) Верный ответ (1 б.): 3;
27) Верный ответ (1 б.): 3;	73) Верный ответ (1 б.): 1;
28) Верный ответ (1 б.): 1;	74) Верный ответ (1 б.): 2;
29) Верный ответ (1 б.): 3;	75) Верный ответ (1 б.): 4;
30) Верные ответы (1 б.): 5; 6;	76) Верный ответ (1 б.): 2;
31) Верный ответ (1 б.): 1;	77) Верный ответ (1 б.): 3;
32) Верные ответы (1 б.): 2; 5; 6;	78) Верный ответ (1 б.): 2;
33) Верный ответ (1 б.): 3;	79) Верный ответ (1 б.): 3;
34) Верный ответ (1 б.): 1;	80) Верный ответ (1 б.): 1;
35) Верный ответ (1 б.): 2;	81) Верный ответ (1 б.): 3;
36) Верный ответ (1 б.): 3;	82) Верный ответ (1 б.): 3;
37) Верный ответ (1 б.): 3;	83) Верный ответ (1 б.): 3;
38) Верный ответ (1 б.): 1;	84) Верный ответ (1 б.): 3;
39) Верный ответ (1 б.): 2;	85) Верный ответ (1 б.): 2;
40) Верный ответ (1 б.): 1;	86) Верный ответ (1 б.): 2;
41) Верный ответ (1 б.): 2;	87) Верный ответ (1 б.): 2;
42) Верный ответ (1 б.): 2;	88) Верный ответ (1 б.): 3;
43) Верный ответ (1 б.): 2;	89) Верный ответ (1 б.): 2;
44) Верный ответ (1 б.): 2;	90) Верный ответ (1 б.): 3;
45) Верный ответ (1 б.): 1;	91) Верный ответ (1 б.): 3;
46) Верный ответ (1 б.): 1;	92) Верный ответ (1 б.): 1;
93) Верный ответ (1 б.): 1;	145) Верные ответы (1 б.): 2; 1; 4; 3;
94) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3;	146) Верные ответы (1 б.): 1; 4;

95) Верный ответ (1 б.): 3;	147) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3;
96) Верный ответ (1 б.): 1;	148) Верные ответы (1 б.): 3; 4;
97) Верный ответ (1 б.): 3;	149) Верные ответы (1 б.): 2; 4;
98) Верный ответ (1 б.): 3;	150) Верные ответы (1 б.): 1; 2;
99) Верный ответ (1 б.): 2;	151) Верные ответы (1 б.): 1; 3;
100) Верный ответ (1 б.): 2;	152) Верный ответ (1 б.): 2;
101) Верный ответ (1 б.): 2;	153) Верный ответ (1 б.): 1;
102) Верный ответ (1 б.): 4;	154) Верные ответы (1 б.): 1; 4;
103) Верный ответ (1 б.): 1;	155) Верный ответ (1 б.): 3;
104) Верный ответ (1 б.): 4;	156) Верный ответ (1 б.): 2;
105) Верный ответ (1 б.): 2;	157) Верный ответ (1 б.): 1;
106) Верный ответ (1 б.): 1;	158) Верный ответ (1 б.): 3;
107) Верный ответ (1 б.): 1;	159) Верный ответ (1 б.): 3;
108) Верный ответ (1 б.): 2;	160) Верный ответ (1 б.): 1;
109) Верный ответ (1 б.): 1;	161) Верный ответ (1 б.): 2;
110) Верный ответ (1 б.): 3;	162) Верный ответ (1 б.): 2;
111) Верный ответ (1 б.): 1;	163) Верный ответ (1 б.): 2;
112) Верный ответ (1 б.): 2;	164) Верный ответ (1 б.): 1;
113) Верный ответ (1 б.): 1;	165) Верный ответ (1 б.): 5;
114) Верный ответ (1 б.): 3;	166) Верный ответ (1 б.): 5;
115) Верный ответ (1 б.): 4;	167) Верный ответ (1 б.): 4;
116) Верный ответ (1 б.): 4;	168) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3; 4; 5;
117) Верные ответы (1 б.): 1; 3; 4;	169) Верный ответ (1 б.): 4;
118) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3;	170) Верный ответ (1 б.): 1;
119) Верный ответ (1 б.): 3;	171) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3; 4; 5;
120) Верный ответ (1 б.): 1;	172) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3.
121) Верный ответ (1 б.): 1;	173) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3; 4.
122) Верный ответ (1 б.): 2;	174) Верный ответ (1 б.): 5;
123) Верный ответ (1 б.): 4;	175) Верные ответы (1 б.): 1; 2;
124) Верный ответ (1 б.): 1;	176) Верные ответы (1 б.): 1; 5;
125) Верный ответ (1 б.): 3;	177) Верные ответы (1 б.): 1; 5;
126) Верный ответ (1 б.): 4;	178) Верный ответ (1 б.): 1;
127) Верный ответ (1 б.): 1;	179) Верный ответ (1 б.): 1;
128) Верный ответ (1 б.): 1;	180) Верный ответ (1 б.): 1;
129) Верный ответ (1 б.): 1;	181) Верный ответ (1 б.): 1;
130) Верный ответ (1 б.): 2;	182) Верные ответы (1 б.): 1; 3; 5;
131) Верный ответ (1 б.): 1;	183) Верные ответы (1 б.): 1; 2;
132) Верный ответ (1 б.): 4;	184) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3; 4; 5; 6.
133) Верный ответ (1 б.): 2;	185) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 5;
134) Верные ответы (1 б.): 1; 4;	186) Верный ответ (1 б.): 1;
135) Верные ответы (1 б.): 1; 3;	187) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3;
136) Верные ответы (1 б.): 2; 3;	188) Верный ответ (1 б.): 1;
137) Верные ответы (1 б.): 2; 4;	189) Верный ответ (1 б.): 1;
138) Верные ответы (1 б.): 2; 3;	190) Верные ответы (1 б.): 1; 2;
139) Верные ответы (1 б.): 3; 4;	191) Верные ответы (1 б.): 3; 4; 5;
140) Верные ответы (1 б.): 2; 4;	192) Верные ответы (1 б.): 1; 2; 3.
141) Верные ответы (1 б.): 2; 4;	
142) Верные ответы (1 б.): 2; 3;	
143) Верные ответы (1 б.): 2; 4;	
144) Верный ответ (1 б.): 4;	

Валерий Федорович Пучков,  
*кандидат технических наук, доцент*

## ЭКОНОМЕТРИКА

Учебное пособие

Технический редактор И. Бельковская  
Корректор Ю. Чиркова  
Компьютерная верстка И. Иванова

---

Подписано в печать 17.01.2022 г.

Формат 60x84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>

Усл.печ.л. 5,1

Тираж 550 экз.

Заказ 1392

---

Издательство Государственного института экономики, финансов, права и технологий  
188300 Ленинградская обл., г. Гатчина, ул. Роцинская, д. 5

Цена свободная